

**Методические указания
по выполнению
контрольных заданий
по эконометрике**

Введение

Данное учебно-методическое пособие представляет собой сборник заданий по эконометрике. Изучение дисциплины предполагает приобретение студентами опыта построения эконометрических моделей, принятия решений о спецификации и идентификации моделей, выбора метода оценки параметров модели, интерпретации результатов, получение прогнозных оценок. В связи с этим курс эконометрики включает в себя решение задач при помощи прикладных программ, в том числе и Excel.

Целью контрольной работы является приобретение навыков использования основных приемов обработки экспериментальных статистических данных, построение эконометрических моделей и их решение в среде Microsoft Excel, осуществление эконометрического анализа исходной экономической задачи.

Для выполнения заданий каждый студент обязан:

- 1) повторить теоретический материал, относящийся к данному заданию;
- 2) изучить технологию решения задач с помощью Excel, руководство к заданию, уяснить основную задачу задания, методику и порядок ее выполнения;
- 3) по номеру своего варианта выбрать экономическую задачу и, согласно рассмотренным задачам, провести эконометрический анализ;
- 4) в процессе работы студент должен руководствоваться описанием задания, строго придерживаясь рекомендованного порядка ее проведения.

Контрольная работа состоит из пяти заданий:

№№	Тема
Задание 1	Простейшая обработка данных. Линейная регрессия. Коэффициент корреляции
Задание 2	Нелинейные модели. Коэффициент детерминации
Задание 3	Проверка качества уравнения линейной регрессии
Задание 4	Прогнозирование на основании линейной регрессии
Задание 5	Многофакторная линейная регрессия. Мультиколлинеарность
Задание 6	Построение трендов

Контрольная работа выполняется на листах формата А4, подшитых в папку. Рукописный текст не допускается.

Контрольная должна содержать все распечатки из Excel и диск с выполненными заданиями.

Задание №1

Простейшая обработка данных. Линейная регрессия. Коэффициент корреляции. Его значимость

Цель: научиться находить коэффициент корреляции и определять его значимость; находить коэффициенты регрессии и строить уравнение регрессии.

Основные сведения

Парная регрессия – это уравнение связи двух переменных y и x :

$$y=f(x),$$

где y – зависимая переменная (результат, отклик);

x – независимая, объясняющая переменная (фактор).

Различают *линейные и нелинейные* регрессии.

Линейная регрессия: $\hat{y}_x = a + b \cdot x$.

Построение уравнения регрессии сводится к оценке ее параметров. Для оценки параметров регрессий, линейных по параметрам, используют *метод наименьших квадратов* (МНК). МНК позволяет получить такие оценки параметров, при которых сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака y от теоретических y_x минимальна.

Для линейных и нелинейных уравнений, приводимых к линейным, решается следующая система относительно a и b :

$$\begin{cases} a \cdot n + b \cdot \sum x = \sum y; \\ a \cdot \sum x + b \cdot \sum x^2 = \sum x \cdot y. \end{cases}$$

Можно воспользоваться готовыми формулами, которые вытекают из этой системы:

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}, \quad b = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x^2} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{var}(x)},$$

где

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} - \text{ковариация признаков } x \text{ и } y,$$

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 - \text{дисперсия признака } x \text{ и}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n},$$

$$\overline{y \cdot x} = \frac{1}{n} \sum y \cdot x, \quad \overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum x^2$$

$$\text{var}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \sigma_x^2, \quad \text{var}(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2 = \sigma_y^2,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2}{n}} = \sqrt{\text{var}(y)}, \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\text{var}(x)}.$$

Параметр b называется *коэффициентом регрессии*. Его величина показывает среднее изменение результата с изменением фактора на одну единицу.

Тесноту связи изучаемых явлений оценивает линейный коэффициент парной корреляции r_{xy} для линейной регрессии ($-1 \leq r_{xy} \leq 1$):

$$r_{xy} = b \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\overline{yx} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2)(\overline{y^2} - \bar{y}^2)}} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sqrt{\text{var}(x) \text{var}(y)}}.$$

Теснота линейной связи между переменными может быть оценена на основании шкалы Чеддока:

Теснота связи	Значение коэффициента корреляции при наличии:	
	Прямой связи	Обратной связи
Слабая	0,1–0,3	(–0,3)–(–0,1)
Умеренная	0,3–0,5	(–0,5)–(–0,3)
Заметная	0,5–0,7	(–0,7)–(–0,5)
Высокая	0,7–0,9	(–0,9)–(–0,7)
Весьма высокая	0,9–1	(–1)–(–0,9)

Положительное значение коэффициента корреляции говорит о положительной связи между x и y , когда с ростом одной из переменных другая тоже растет. Отрицательное значение коэффициента корреляции означает, с ростом одной из переменных другая убывает, с убыванием одной из переменных другая растет.

Для оценки качества подбора линейной функции рассчитывается квадрат линейного коэффициента корреляции r_{xy}^2 , называемый *коэффициентом детерминации*. Коэффициент детерминации характеризует долю дисперсии результативного признака y , объясняемую регрессией, в общей дисперсии результативного признака.

Соответственно величина $1 - r_{xy}^2$ характеризует долю дисперсии y , вызванную влиянием остальных, не учтенных в модели, факторов.

Оценку статистической значимости коэффициента корреляции проводят с помощью t -критерия Стьюдента. Выдвигают гипотезу H_0 о статистически незначимом отличии коэффициента от нуля. Оценка значимости коэффициента корреляции с помощью t -критерия Стьюдента проводится путем сопоставления его значения с величиной случайной ошибки:

$$t_r = r/m_r.$$

Стандартная (случайная) ошибка коэффициента корреляции определяется по формуле:

$$m_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$$

Сравнивая фактическое и табличное (критическое) значения t -статистики – $t_{табл}$ и $t_{факт}$ – принимаем или отвергаем гипотезу H_0 .

Если $t_{табл} < t_{факт}$, то гипотеза H_0 отклоняется, коэффициент корреляции не случайно отличается от. Если $t_{табл} > t_{факт}$, то гипотеза H_0 не отклоняется и признается случайная природа формирования коэффициента корреляции.

Порядок выполнения работы.

По заданной выборке исследовать зависимость результата y от фактора x . Для этого

1. Создать таблицу данных.
2. Найти средние значения \bar{x}, \bar{y} , выборочные дисперсии S_x^2, S_y^2 , исправленные средние квадратические отклонения \bar{S}_x, \bar{S}_y .
3. Найти коэффициент корреляции и проверить его значимость.
4. Найти коэффициенты линейного уравнения регрессии.
5. Построить график прямой регрессии.

Пример выполнения задания.

В табл. 1.1 приведены данные об объеме производства y (тыс.ед.) в зависимости от численности занятых x (тыс.чел.) некоторой фирмы.

Таблица 1.1.

Исходные данные

x	11	13	15	18	20	22	24	25	27
y	25	27	31	30	38	43	44	42	49

1. В диапазоне В3:С11 подготовим исходные данные.
2. Вводим следующие формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
D3	=В3*С3	Копируем в диапазон D3:D11
E3	=В3*В3	Копируем в диапазон E3:E11
F3	=С3*С3	Копируем в диапазон F3:F11
B12	=СРЗНАЧ(В3:В11)	Копируем в диапазон B12:F12
A17	=E12-B12*B12	Выборочная средняя фактора
B17	=F12-C12*C12	Выборочная средняя результата
A20	=СТАНДОТКЛОН(В3:В11)	Исправленное среднее квадратическое отклонение фактора
B20	=СТАНДОТКЛОН(С3:С11)	Исправленное среднее квадратическое отклонение результата

Получим следующие результаты (см. рис. 1.1).

	A	B	C	D	E	F
1	Простейшая обработка данных					
2		x	y	xy	x ²	y ²
3	1	11	25	275	121	625
4	2	13	27	351	169	729
5	3	15	31	465	225	961
6	4	18	30	540	324	900
7	5	20	38	760	400	1444
8	6	22	43	946	484	1849
9	7	24	44	1056	576	1936
10	8	25	42	1050	625	1764
11	9	27	49	1323	729	2401
12	среднее значение	19,44	36,56	751,78	405,89	1401,00
13						
14						
15	Выборочные средние					
16	S _x ²	S _y ²				
17	27,80	64,69				
18	Исправленные средние квадратические отклонения					
19	S _{хиспр}	S _{уиспр}				
20	5,59	8,53				
21						

Рис. 1.1. Результаты простейшей обработки данных

3. Для определения коэффициента корреляции воспользуемся формулой $r_{xy} = \frac{\overline{yx} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2)(\overline{y^2} - \bar{y}^2)}}$. Для этого в ячейку E16

вводим формулу

$$=(D12-B12*C12)/КОРЕНЬ(A17*B17)$$

Из расчетов следует, что коэффициент корреляции $r=0,97$. Это свидетельствует о том, что связь между объемом выпуска продукции и численностью занятых весьма высокая и положительная.

4. Для проверки значимости коэффициента корреляции введем вспомогательные данные:

Ячейки

K16 9 число предприятий;

K17 0,05 уровень значимости.

5. Далее вводим следующие формулы:

H19	=КОРЕНЬ((1-E16*E16)/(K16-2))	Стандартная ошибка
H20	=E16/H19	t-статистика
H21	=СТЮДРАСПОБР(K17;K16-2)	Критическое значение t-статистики
H22	=ЕСЛИ(ABS(H20)>H21;"Значим";"Незначим")	Вывод

Таким образом, получим данные, представленные на рис. 1.2.

	C	D	E	F	G	H	I	J	K
13									
14									
15		Коэффициент корреляции					Вспомогательные данные		
16		r	0,97				n	9	
17							уровень значимости	0,05	
18		Проверка значимости коэффициента корреляции							
19		стандартная ошибка					0,10		
20		t-статистика					9,91		
21		Критическое значение t-статистики					2,36		
22		Вывод					Значим		
23									

Рис. 1.2. Анализ значимости коэффициента корреляции

6. Для определения коэффициентов уравнения линейной регрессии на основе формул

$$b = \frac{\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}; a = \bar{y} - b\bar{x},$$

следует в ячейки I3, I4 ввести соответственно следующие формулы:

$$=(D12-B12*C12)/A17;$$

$$=C12-I3*B12.$$

Уравнение регрессии $y=7,9+1,47x$.

Значение коэффициента $b=1,47$ говорит о том, что при увеличении численности занятых на 1 тыс.чел. объем продукции увеличится на 1,47 тыс.ед.

Результаты расчетов приведены на рис.1.3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	Простейшая обработка данных											
2		x	y	xy	x ²	y ²		Коэффициенты регрессии				
3	1	11	25	275	121	625		b	1,47			
4	2	13	27	351	169	729		a	7,90			
5	3	15	31	465	225	961						
6	4	18	30	540	324	900						
7	5	20	38	760	400	1444						
8	6	22	43	946	484	1849						
9	7	24	44	1056	576	1936						
10	8	25	42	1050	625	1764						
11	9	27	49	1323	729	2401						
12	среднее значение	19,44	36,56	751,78	405,89	1401,00						
13												
14												
15	Выборочные средние			Коэффициент корреляции				Вспомогательные данные				
16	S ² _x	S ² _y		r	0,97			n	9			
17	27,80	64,69						уровень значимости	0,05			
18	Исправленные средние квадратические отклонения			Проверка значимости коэффициента корреляции								
19	S _{испр} _x	S _{испр} _y		стандартная ошибка			0,10					
20	5,59	8,53		t-статистика			9,91					
21				Критическое значение t-статистики			2,36					
22				Вывод			Значим					

Рис. 1.3. Результаты расчетов

7. Для построения графика выделим диапазон В3:С11. Вызовем **Мастер диаграмм**. Чтобы ось отражала фактические данные, выберем тип диаграммы **Точечная**. После чего нажмем кнопку **Готово**. На построенной диаграмме выделим график функции, щелкнув по нему левой кнопкой мыши. Выделение обозначается светлыми маркерами на функции. Нажав правую кнопку мыши, выведем контекстно-зависимое меню, в котором выберем опцию **Добавить линию тренда**. В окне **Линия тренда** по вкладке **Тип** выберем тип функции **Линейная**, а во вкладке **Параметры** – установим флажок **показывать уравнение на диаграмме**. В результате на диаграмме появиться вид теоретической кривой – тренда и ее уравнение (рис.1.4).

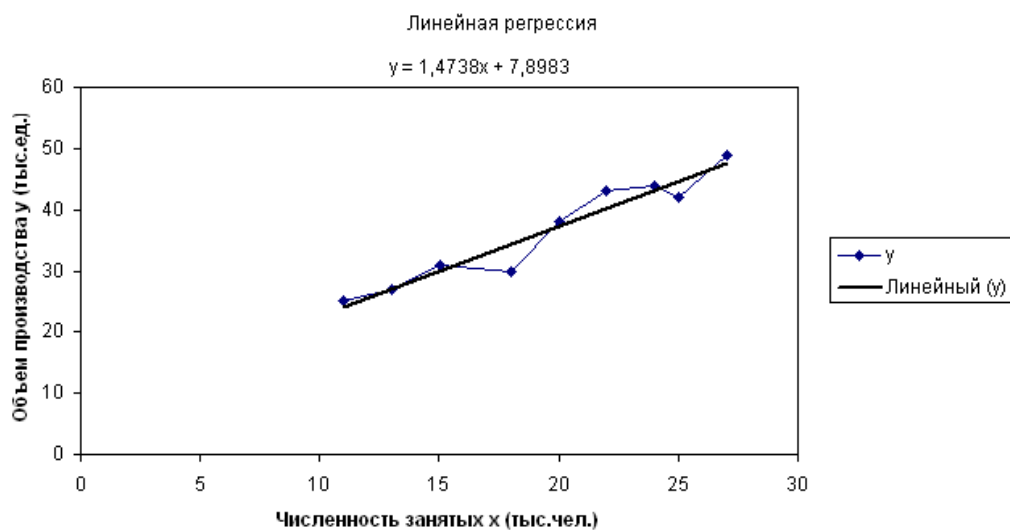


Рис. 1.4. Графики фактических данных и построенной регрессии

8. Вычисление параметров регрессии с помощью статистических функций Excel:

КОРРЕЛ(массив1;массив2) вычисляет коэффициент корреляции между двумя переменными; значения первой из них приведены в диапазоне массив1, значения второй – в диапазоне массив2;

НАКЛОН(известные_значения_y;известные_значения_x) служит для определения коэффициента b ;

ОТРЕЗОК(известные_значения_y;известные_значения_x) служит для определения коэффициента a .

Вводим формулы:

C27	=КОРРЕЛ(B3:B11;C3:C11)	Коэффициент корреляции
C28	=НАКЛОН(C3:C11;B3:B11)	Коэффициент b
C29	=ОТРЕЗОК(C3:C11;B3:B11)	Коэффициент a

Встроенная статистическая функция **ЛИНЕЙН** определяет параметры линейной регрессии. Порядок вычислений следующий:

1) выделите область пустых ячеек 5x2 (5 строк, 2 столбца) с целью вывода результатов регрессионной статистики (A27:B31);

2) в главном меню выберите **Вставка/Функция**;

3) в строке **Категория** (рис.1.5) выберите **Статистические**, в окне **Функция** – **ЛИНЕЙН**. Щелкните **ОК**.

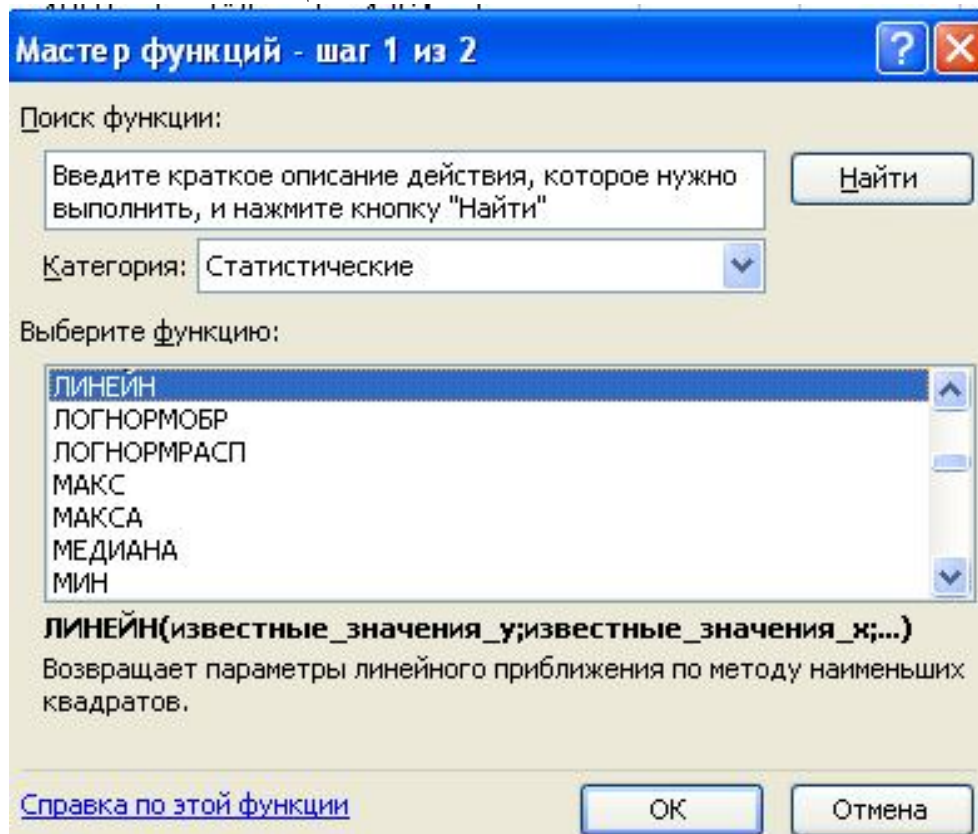


Рис. 1.5. Диалоговое окно «Мастер функций»

4) Заполните аргументы функции (рис.1.6.):

Известные_значения_y – диапазон, содержащий данные резуль­тативного признака;

Известные_значения_x – диапазон, содержащий данные факторов независимого признака;

Константа – логическое значение, которое указывает на наличие или на отсутствие свободного члена в уравнении; если *Константа* = 1, то свободный член рассчитывается обычным образом, если *Константа* = 0, то свободный член равен 0.

Статистика – логическое значение, которое указывает выводить дополнительную информацию по регрессионному анализу или нет. Если *Статистика* = 1, то дополнительная информация выводится, если *Статистика* = 0, то выводится только оценки параметров уравнения. Далее **ОК**.

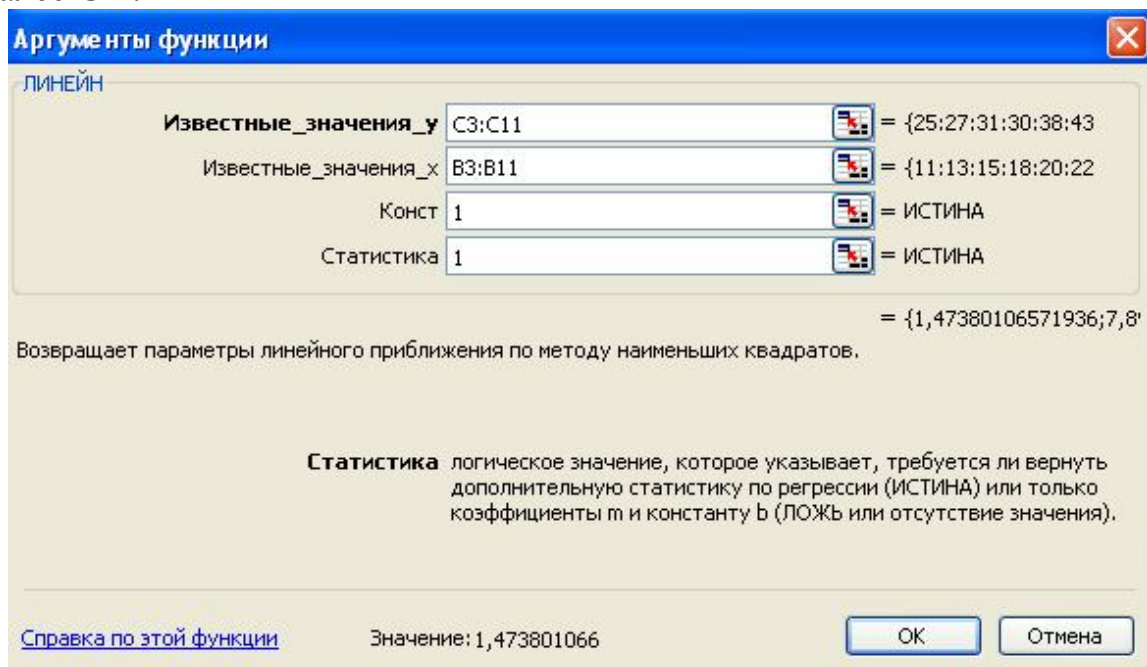


Рис.1.6. Диалоговое окно ввода аргументов функции **ЛИНЕЙН**

5) В левой верхней ячейке выделенной области появится первый элемент итоговой таблицы. Чтобы раскрыть всю таблицу, нажмите на клавишу **F2**, а затем – на комбинацию клавиш **CTRL+SHIFT+ENTER**. Дополнительная регрессионная статистика будет выводиться в порядке, указанном в следующей схеме:

Значение коэффициента b	Значение коэффициента a
Среднеквадратическое отклонение b	Среднеквадратическое отклонение a
Коэффициент детерминации R^2	Среднеквадратическое отклонение y
F -статистика	Число степеней свободы
Регрессионная сумма квадратов	Остаточная сумма квадратов.

Результаты регрессионного анализа представлены на рис.1.7.

	A	B	C	D	E	F
25						
26	Линейн					
27	1,4738011	7,89831261	0,97	коэффициент корреляции		
28	0,1486756	2,99532023	1,47	b		
29	0,9335011	2,35181208	7,90	a		
30	98,264891	7				
31	543,50508	38,7171403				

Рис. 1.7. Результаты регрессионного анализа

Отчет по заданию

Используя данные из приложения 1, требуется:

1. Запишите уравнение линейной парной регрессии для своего варианта и поясните экономическую сущность параметров уравнения.
2. Что является показателем тесноты связи в парной линейной регрессии?
3. Каково значение коэффициента корреляции?
4. Каково значение коэффициента детерминации и что он характеризует?
5. Как оценивается значимость коэффициента корреляции?
6. Является ли коэффициент корреляции для вашего варианта значимым и почему?

Задание №2

Проверка качества уравнения линейной регрессии

Цель: научиться проверять статистическую значимость коэффициентов и общего качества уравнения линейной регрессии.

Основные сведения

Оценку качества построенной модели дает коэффициент (индекс) детерминации r_{xy}^2 (ρ_{xy}^2), а также средняя ошибка аппроксимации.

Средняя ошибка аппроксимации – среднее отклонение расчетных значений от фактических:

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y - y_x}{y} \right| \cdot 100\%.$$

Допустимый предел значений средней ошибки аппроксимации – не более 8–10%.

Согласно основной идее дисперсионного анализа, общая сумма квадратов отклонений переменной y от среднего значения \bar{y} раскладывается на две части – «объясненную» и «необъясненную»:

$$\sum (y - \bar{y})^2 = \sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2 + \sum (y - \hat{y}_x)^2,$$

где $\sum (y - \bar{y})^2$ – общая сумма квадратов отклонений; $\sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2$ – сумма квадратов отклонений, объясненная регрессией (или факторная сумма квадратов отклонений); $\sum (y - \hat{y}_x)^2$ – остаточная сумма квадратов отклонений, характеризующая влияние неучтенных в модели факторов.

$$\sum (y - \bar{y})^2 = n\sigma_y^2; \quad \sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2 = n\sigma_y^2 R^2 = b^2 n\sigma_x^2; \quad \sum (y - \hat{y}_x)^2 = n\sigma_y^2 (1 - R^2).$$

Определение дисперсии на одну степень свободы приводит дисперсии к сравнимому виду. Сопоставляя факторную и остаточную дисперсии в расчете на одну степень свободы, получим величину F -критерия Фишера:

$$F = \frac{S_{\text{факт}}^2}{S_{\text{ост}}^2}.$$

Фактическое значение F -критерия Фишера (1.9) сравнивается с табличным значением $F_{\text{табл}}(\alpha; k_1; k_2)$ при уровне значимости α и степенях свободы $k_1 = t$ и $k_2 = n - t - 1$. При этом, если фактическое значение F -критерия больше табличного, то признается статистическая значимость уравнения в целом.

Для парной линейной регрессии $m = 1$, поэтому

$$F = \frac{S_{\text{факт}}^2}{S_{\text{ост}}^2} = \frac{\sum \left(\hat{y}_x - \bar{y} \right)^2}{\sum \left(y - \hat{y}_x \right)^2} \cdot (n - 2).$$

Величина F -критерия связана с коэффициентом детерминации r_{xy}^2 , и ее можно рассчитать по следующей формуле:

$$F = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} \cdot (n - 2).$$

В парной линейной регрессии оценивается значимость не только уравнения в целом, но и отдельных его параметров. С этой целью по каждому из параметров определяется его стандартная ошибка: m_b и m_a .

Стандартная ошибка коэффициента регрессии определяется по формуле:

$$m_b = \sqrt{\frac{S_{\text{ост}}^2}{\sum (x - \bar{x})^2}} = \frac{S_{\text{ост}}}{\sigma_x \cdot \sqrt{n}},$$

где $S_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum \left(y - \hat{y}_x \right)^2}{n - 2}$ – остаточная дисперсия на одну степень свободы.

Величина стандартной ошибки совместно с t -распределением Стьюдента при $n - 2$ степенях свободы применяется для проверки существенности коэффициента регрессии и для расчета его доверительного интервала.

Для оценки существенности коэффициента регрессии его величина сравнивается с его стандартной ошибкой, т.е. определяется фактическое значение t -критерия Стьюдента: $t_b = \frac{b}{m_b}$ которое затем сравнивается с

табличным значением при определенном уровне значимости α и числе степеней свободы ($n - 2$). Доверительный интервал для коэффициента регрессии определяется как $b \pm t_{\text{табл}} \cdot m_b$.

Стандартная ошибка параметра a определяется по формуле:

$$m_a = \sqrt{S_{\text{ост}}^2 \cdot \frac{\sum x^2}{n \cdot \sum (x - \bar{x})^2}} = S_{\text{ост}} \cdot \frac{\sqrt{\sum x^2}}{\sigma_x \cdot n}.$$

Процедура оценивания существенности данного параметра не отличается от рассмотренной выше для коэффициента регрессии.

Вычисляется t -критерий: $t_a = \frac{a}{m_a}$, его величина сравнивается с табличным

значением при $n-2$ степенях свободы. Доверительный интервал для коэффициента регрессии определяется как $a \pm t_{\text{табл}} \cdot m_a$.

Если в границы доверительного интервала попадает ноль, т.е. нижняя граница отрицательна, а верхняя положительна, то оцениваемый параметр принимается нулевым, т.к. он не может одновременно принимать и положительное, и отрицательное значения.

Порядок выполнения задания

Используя данные к заданию №1, найти уравнение линейной регрессии и проверить:

I. Значимость коэффициента b . Для этого надо найти:

1. Сумму квадратов остатков:

$$\sum e_i^2 = \sum (y - y_x)^2.$$

2. Найти сумму квадратов отклонений:

$$\sum (x - \bar{x})^2.$$

3. Стандартную ошибку параметра b :

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - y_x)^2}{(n-2) \sum (x - \bar{x})^2}}.$$

4. Наблюдаемое значение t -статистики параметра b :

$$t_b = b/m_b.$$

5. Число степеней свободы $k=n-2$ и критическое значение $t_{\text{табл}} = t_{\alpha;k}$.

6. Сделать вывод о значимости коэффициента b : если $t_{\text{табл}} < |t_b|$, то параметр регрессии b статистически значим, а в противном случае статистически незначим.

II. Значимость коэффициента a . Для этого надо найти:

1. Сумму квадратов:

$$\sum x^2.$$

2. Стандартную ошибку параметра a :

$$m_a = m_b \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}.$$

3. Наблюдаемое значение t -статистики параметра a :

$$t_a = a/m_a.$$

4. Сделать вывод о значимости коэффициента a : если $t_{\text{табл}} < |t_a|$, то параметр регрессии a статистически значим, а в противном случае статистически незначим.

III. Общее качество уравнения регрессии. Для этого надо найти:

1. Сумму квадратов отклонений:

$$\sum (y - \bar{y})^2.$$

2. Коэффициент детерминации:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (y - \bar{y})^2}.$$

3. Наблюдаемое значение F-статистики:

$$F_{\text{факт}} = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot (n - 2).$$

4. Число степеней свободы критерия Фишера-Снедекора:

$$k_1 = 1; k_2 = n - 2 \text{ и критическое значение этого критерия } F_{\text{табл}} = F_{\alpha; k_1; k_2}.$$

5. Сделать вывод о значимости уравнения регрессии: если $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$, то уравнение регрессии статистически значимо и надежно, если $F_{\text{факт}} < F_{\text{табл}}$ признается статистическая незначимость, ненадежность уравнения регрессии.

IV. Общее качество уравнения регрессии с помощью средней ошибки аппроксимации. Для этого надо найти:

1. Отклонения:

$$y - y_x.$$

2. A_i :

$$A_i = \left| \frac{y - y_x}{y} \right| \cdot 100\%.$$

3. Среднюю ошибку аппроксимации \bar{A} :

$$\bar{A} = \frac{1}{n} \cdot \sum A_i.$$

4. Сделать вывод о качестве уравнения регрессии: если \bar{A} не превышает предела значений 8-10%, то качество модели хорошее.

V. Представить результаты с помощью инструмента анализа данных **Регрессия** ППП Excel.

Пример выполнения задания

1. В диапазоне A2:C11 подготовить исходные.
2. Введем вспомогательные данные:

Ячейка	Формула	Примечание
C16	9	Число предприятий
C17	0,05	Уровень значимости
C18	=ОТРЕЗОК(C3:C11;B3:B11)	Коэффициент a
C19	=НАКЛОН(C3:C11;B3:B11)	Коэффициент b
C20	=СРЗНАЧ(B3:B11)	Среднее значение фактора
C21	=СРЗНАЧ(C3:C11)	Среднее значение результата

Проверка значимости коэффициента b .

1) Для расчетов сумм квадратов отклонений введем формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
D3	= $\$C\$18+\$C\$19*B3$	Копируем в диапазон D3:D11
E3	= $(C3-D3)^2$	Копируем в диапазон E3:E11
F3	= $(B3-\$C\$20)^2$	Копируем в диапазон F3:F11
E12	=СУММ(E3:E11)	$\sum e_i^2 = \sum (y - y_x)^2$
F12	=СУММ(F3:F11)	$\sum (x - \bar{x})^2$

2) Стандартная ошибка параметра b определяется по формуле:

$$m_b = \sqrt{\frac{\sum (y - y_x)^2}{(n - 2) \sum (x - \bar{x})^2}},$$

поэтому введем в ячейку D24 формулу:

$$=(E12/((C16-2)*F12))^0,5.$$

3) В ячейке D25 рассчитана t -статистика параметра b как отношение величины этого параметра к его стандартной ошибке:

$$=C19/D24.$$

4) Критическое значение t -статистики определим в ячейке D26 с помощью функции СТЬЮДРАСПОБР, у которой первым аргументом является пороговая значимость или вероятность (в нашем случае примем ее равной 0,05), а вторым – число степеней свободы ($n-2=9-2=7$). Таким образом, формула, введенная в D26, должна иметь вид:

$$=СТЫЮДРАСПОБР(\$C\$17;\$C\$16-2).$$

5) Для того чтобы автоматически был получен вывод о значимости параметра b построим в ячейке D27 формулу:

$$=ЕСЛИ(ABS(D25)>D26;"Значим";"Незначим").$$

6) Для расчета доверительного интервала определяем предельную ошибку в ячейке D28:

$$=D26*D24.$$

7) Нижняя граница доверительного интервала в ячейке D29: =C19-D28.

8) Верхняя граница доверительного интервала в ячейке D30:

$$=C19+D28.$$

Таким образом, доверительный интервал параметра b имеет вид (1,12; 1,83).

Проверка значимости коэффициента a .

Вводим формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
G3	=B3*B3	Копируем в диапазон G3:G11
G12	=СУММ(E3:E11)	$\sum x^2$
D33	=D24*КОРЕНЬ(G12/C16)	$m_a = m_b \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$
D34	=C18/D33	t -статистика параметра a
D35	=СТЮДРАСПОБР(\$C\$17;\$C\$16-2)	Критическое значение t -статистики
D36	=ЕСЛИ(ABS(D34)>D35;"Значим";"Незначим")	
D37	=D35*D33	Предельная ошибка
D38	=C18-D37	Нижняя граница доверительного интервала
D39	=C18+D37	Верхняя граница доверительного интервала

Проверка общего качества уравнения регрессии с помощью F-теста.

Вводим формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
D42	=(КОРРЕЛ(B3:B11;C3:C11)^2)	Коэффициент детерминации
D43	=D42*(C16-2)/(1-D42)	F -статистика
D44	=ФРАСПОБР(C17;1;C16-2)	Критическое значение F -статистики
D45	=ЕСЛИ(D43>D44;"Значимо";"Незначимо")	

Результаты расчетов приведены на рис. 1.2.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Проверка качества уравнения регрессии						
2	№ предприятия	x	y	y_x	e^2	$(x-x_{ср})^2$	x^2
3	1	11	25	24,110	0,792	71,309	121
4	2	13	27	27,058	0,003	41,531	169
5	3	15	31	30,005	0,989	19,753	225
6	4	18	30	34,427	19,596	2,086	324
7	5	20	38	37,374	0,391	0,309	400
8	6	22	43	40,322	7,172	6,531	484
9	7	24	44	43,270	0,534	20,753	576
10	8	25	42	44,743	7,526	30,864	625
11	9	27	49	47,691	1,714	57,086	729
12				сумма	38,717	250,222	3653,000
13							
14							
15	Вспомогательные данные						
16	n	9					
17	уровень значимости	0,05					
18	a	7,90					
19	b	1,47					
20	$x_{ср}$	19,44					
21	$y_{ср}$	36,56					
22							
23	Значимость b						
24	стандартная ошибка			0,1487			
25	t-статистика			9,9129			
26	Критическое значение t-статистики			2,3646			
27	Вывод			Значим			
28	предельная ошибка			0,35			
29	нижняя граница			1,12			
30	верхняя граница			1,83			
31							
32	Значимость a						
33	стандартная ошибка			2,9953			
34	t-статистика			2,6369			
35	Критическое значение t-статистики			2,3646			
36	Вывод			Значим			
37	предельная ошибка			7,08			
38	нижняя граница			0,82			
39	верхняя граница			14,98			
40							
41	Значимость уравнения регрессии						
42	коэффициент детерминации			0,9335			
43	F-статистика			98,2649			
44	Критическое значение t-статистики			5,5914			
45	Вывод			Значимо			
46							

Рис. 1.2. Анализ значимости уравнения регрессии

Проверка общего качества уравнения регрессии с помощью средней ошибки аппроксимации.

Вводим формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
H3	=C3-D3	
I3	=ABS(H3/C3)*100	
I12	=CPЗНАЧ(I3:I11)	Средняя ошибка аппроксимации

В среднем расчетные значения отклоняются от фактических на 4,5%. Качество построенной модели оценивается как хорошее, так как средняя ошибка аппроксимации не превышает 8-10% (см. рис. 2.2).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Проверка качества уравнения регрессии								
2	№ предприятия	x	y	y_x	e^2	$(x-x_{ср})^2$	x^2	$y-y_x$	A_i
3	1	11	25	24,110	0,792	71,309	121	0,890	3,56
4	2	13	27	27,058	0,003	41,531	169	-0,058	0,21
5	3	15	31	30,005	0,989	19,753	225	0,995	3,21
6	4	18	30	34,427	19,596	2,086	324	-4,427	14,76
7	5	20	38	37,374	0,391	0,309	400	0,626	1,65
8	6	22	43	40,322	7,172	6,531	484	2,678	6,23
9	7	24	44	43,270	0,534	20,753	576	0,730	1,66
10	8	25	42	44,743	7,526	30,864	625	-2,743	6,53
11	9	27	49	47,691	1,714	57,086	729	1,309	2,67
12				сумма	38,717	250,222	3653,000		4,50
13									

Рис. 2.2. Анализ общего уравнения регрессии с помощью ошибки аппроксимации

Представим результаты с помощью инструмента анализа данных **Регрессия** ППП Excel.

Для этого:

В главном меню выберите **Сервис – Анализ данных – Регрессия – ОК**.

Заполнить диалоговое окно ввода данных и параметров вывода (см. рис. 3.2).

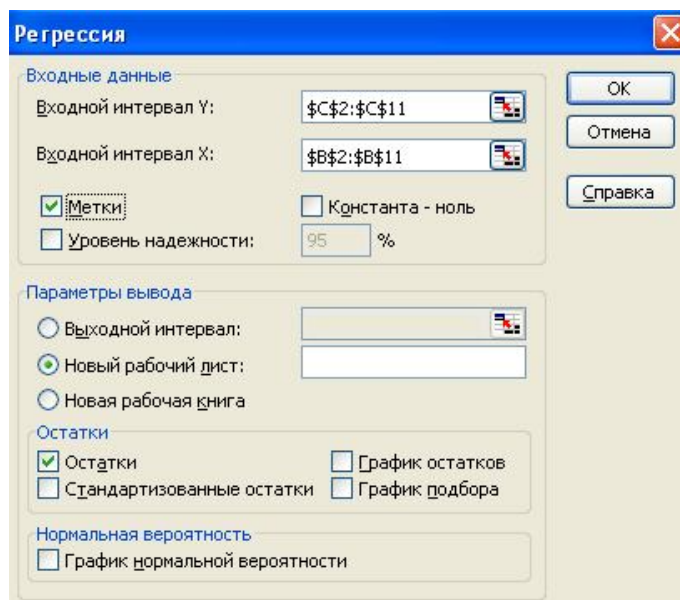


Рис. 3.2. Окно **Регрессия**

Входной интервал Y – диапазон, содержащий данные результативного признака;

Входной интервал X – диапазон, содержащий данные факторов независимого признака;

Метки – флажок, который указывает, содержит ли первая строка название столбцов или нет;

Константа – ноль – флажок, указывающий на наличие или отсутствие свободного члена в уравнении;

Выходной интервал – достаточно указать левую верхнюю ячейку будущего диапазона;

Новый рабочий лист – можно задать произвольное имя нового листа.

На новом рабочем листе появляются данные регрессионного анализа (см. рис. 4.2.)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Вывод итогов								
2									
3	<i>Регрессионная статистика</i>								
4	Множественный R	0,966178604							
5	R-квадрат	0,933501095							
6	Нормированный R-квадрат	0,924001251							
7	Стандартная ошибка	2,351812077							
8	Наблюдения	9							
9									
10	<i>Дисперсионный анализ</i>								
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
12	Регрессия	1	543,5050819	543,5050819	98,264891	2,26642E-05			
13	Остаток	7	38,71714032	5,531020046					
14	Итого	8	582,2222222						
15									
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>
17	Y-пересечение	7,898312611	2,995320227	2,63688421	0,033575093	0,815505763	14,98111946	0,815505763	14,98111946
18	x	1,473801066	0,148675592	9,912864924	2,26642E-05	1,122239154	1,825362977	1,122239154	1,825362977
19									
20									
21									
22	Вывод остатка								
23		<i>Наблюдение</i>	<i>Предсказанное y</i>	<i>Остатки</i>					
25		1	24,11012433	0,889875666					
26		2	27,05772647	-0,057726465					
27		3	30,0053286	0,994671403					
28		4	34,42673179	-4,426731794					
29		5	37,37433393	0,625666075					
30		6	40,32193606	2,678063943					
31		7	43,26953819	0,730461812					
32		8	44,74333925	-2,743339254					
33		9	47,69094139	1,309058615					
34									

Рис. 4.2. Результаты регрессионного анализа

Отчет по заданию

1. Запишите уравнение линейной парной регрессии для своего варианта.
2. Как оценивается значимость параметров уравнения регрессии?
3. Являются ли параметры уравнения регрессии для вашего варианта значимыми и почему?
4. Запишите доверительные интервалы для параметров уравнения регрессии для вашего варианта.
5. Каким образом осуществляется проверка значимости уравнения в целом.
6. Значимо ли уравнение регрессии для вашего варианта и почему?
7. Каким образом осуществляется проверка качества уравнения регрессии?
8. В чем смысл средней ошибки аппроксимации и каково ее значение для вашего варианта?
9. Сравнить полученные результаты с результатами применения инструмента **Регрессия**.

Задание №3

Нелинейные модели. Коэффициент детерминации

Цель: научиться строить нелинейные модели и находить коэффициент детерминации.

Основные сведения

Если между экономическими явлениями существуют нелинейные соотношения, то они выражаются с помощью соответствующих нелинейных функций.

Различают два класса нелинейных регрессий:

1. Регрессии, нелинейные относительно включенных в анализ объясняющих переменных, но линейные по оцениваемым параметрам, например

– полиномы различных степеней – $\hat{y}_x = a + b \cdot x + c \cdot x^2$;

– равнобочная гиперболола – $\hat{y}_x = a + b/x$;

– полулогарифмическая функция – $\hat{y}_x = a + b \cdot \ln x$.

2. Регрессии, нелинейные по оцениваемым параметрам, например

– степенная – $\hat{y}_x = a \cdot x^b$;

– показательная – $\hat{y}_x = a \cdot b^x$;

– экспоненциальная – $y = a e^{bx}$.

Регрессии нелинейные по включенным переменным приводятся к линейному виду простой заменой переменных, а дальнейшая оценка параметров производится с помощью метода наименьших квадратов.

Несколько иначе обстоит дело с регрессиями нелинейными по оцениваемым параметрам, которые делятся на два типа: нелинейные модели внутренне линейные (приводятся к линейному виду с помощью соответствующих преобразований, например, логарифмированием) и нелинейные модели внутренне нелинейные (к линейному виду не приводятся).

К внутренне линейным моделям относятся, например, степенная функция – $\hat{y}_x = a \cdot x^b$, показательная – $\hat{y}_x = a \cdot b^x$, экспоненциальная – $\hat{y}_x = a \cdot e^{bx}$, обратная – $\hat{y}_x = \frac{1}{a + b \cdot x}$.

К внутренне нелинейным моделям можно, например, отнести следующие модели: $\hat{y}_x = a + b \cdot x^c$, $\hat{y}_x = a \cdot \left(1 - \frac{1}{1 - x^b}\right)$.

Приведем формулы для расчета параметров наиболее часто используемых типов уравнений регрессии (табл. 1.3):

Таблица 1.3

Вид функции, y	Линеаризация	Параметры уравнения регрессии	Искомое уравнение
Степенная $y=ax^b$	$X=\ln x,$ $Y=\ln y,$ $A=\ln a,$ $B=b$	$b = \frac{\overline{YX} - \bar{Y} \cdot \bar{X}}{X^2 - (\bar{X})^2}$ $A = \bar{Y} - b\bar{X}$	$y=e^A \cdot x^b$
Показательная $y=ab^x$	$X=x,$ $Y=\ln y,$ $B=\ln b,$ $A=\ln a,$	$B = \frac{\overline{Yx} - \bar{Y} \cdot \bar{x}}{x^2 - (\bar{x})^2}$ $A = \bar{Y} - B\bar{x}$	$y=(e^A) \cdot (e^B)^x$
Обратная $y = \frac{1}{a + b \cdot x}$	$X=x,$ $Y=1/y,$ $A=a,$ $B=b$	$b = \frac{\overline{Yx} - \bar{Y} \cdot \bar{x}}{x^2 - (\bar{x})^2}$ $a = \bar{Y} - b\bar{x}$	$y = \frac{1}{a + b \cdot x}$
Полулогарифмическая $y = a + b \cdot \ln x$	$X=\ln x,$ $Y=y,$ $A=a,$ $B=b$	$b = \frac{\overline{yX} - \bar{y} \cdot \bar{X}}{X^2 - (\bar{X})^2}$ $a = \bar{y} - b\bar{X}$	$y = a + b \cdot \ln x$
Гиперболическая $y = a + b/x$	$X=1/x,$ $Y=y,$ $A=a,$ $B=b$	$b = \frac{\overline{yX} - \bar{y} \cdot \bar{X}}{X^2 - (\bar{X})^2}$ $a = \bar{y} - b\bar{X}$	$y = a + b/x$
Экспоненциальная $y=ae^{bx}$	$X=x,$ $Y=\ln y,$ $A=\ln a,$ $B=b$	$b = \frac{\overline{Yx} - \bar{Y} \cdot \bar{x}}{x^2 - (\bar{x})^2}$ $A = \bar{Y} - b\bar{x}$	$y=e^A \cdot e^{bx}$

В случае нелинейной зависимости тесноту связи между величинами оценивают по величине корреляционного отношения:

$$\rho_{xy} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - y_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{ост}^2}{\sigma_y^2}}.$$

Интервал изменения корреляционного отношения $0 \leq \rho_{xy} \leq 1$.

Оценку качества построенной модели дает индекс детерминации ρ_{xy}^2 .

Коэффициент детерминации $R^2 = \rho_{xy}^2$ – квадрат индекса корреляции – характеризует долю дисперсии, объясняемую регрессией, в общей дисперсии результативного признака y .

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_x - y)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}.$$

Чем ближе коэффициент детерминации к 1, тем выше качество уравнения регрессии, тем в большей мере оно объясняет поведение отклика.

Порядок выполнения работы.

Используя данные задания №1, построить линейную, степенную, показательную, экспоненциальную, полулогарифмическую, гиперболическую и обратную модели и с помощью коэффициента детерминации сравнить эти модели. Для чего необходимо:

1. Найти уравнение регрессии.
2. Найти общую сумму квадратов отклонений и остаточную сумму квадратов отклонений.
3. Найти коэффициент детерминации.
4. Найти параметры регрессии с помощью статистической функции **ЛИНЕЙН**.

Пример выполнения задания.

Создадим новую рабочую книгу с семью листами.

Название листа	Назначение
Линейная	Для анализа линейной модели
Степенная	Для анализа степенной модели
Показательная	Для анализа показательной модели
Обратная	Для анализа обратной модели
Полулогарифмическая	Для анализа полулогарифмической модели
Гиперболическая	Для анализа гиперболической модели
Экспоненциальная	Для анализа экспоненциальной модели

Будем использовать данные из задания №1.

1. Лист **Линейная** оформим, как показано на рис. 1.3:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Простейшая обработка данных				Расчеты сумм			
2		x	y		y_t	$(y - y_{\text{ср}})^2$	$(y - y_t)^2$	$(y_t - y_{\text{ср}})^2$
3	1	11	25		24,110	133,531	0,792	154,889
4	2	13	27		27,058	91,309	0,003	90,209
5	3	15	31		30,005	30,864	0,989	42,905
6	4	18	30		34,427	42,975	19,596	4,532
7	5	20	38		37,374	2,086	0,391	0,670
8	6	22	43		40,322	41,531	7,172	14,186
9	7	24	44		43,270	55,420	0,534	45,078
10	8	25	42		44,743	29,642	7,526	67,040
11	9	27	49		47,691	154,864	1,714	123,997
12	среднее значение	19,44	36,56		Сумма квадратов	582,222	38,717	543,505
13						Общая	Остаточная	Объясненная регрессией
14	Коэффициенты регрессии				Коэффициент детерминации			
15	a	b			0,93			
16	7,90	1,47						
17								
18	Линейн							
19	1,4738011	7,89831261						
20	0,1486756	2,99532023						
21	0,9335011	2,35181208						
22	98,264891	7						
23	543,50508	38,7171403						

Рис. 1.3. Лист **Линейная**

На этом листе коэффициенты линейной регрессии определяются с помощью статистических функций (см. лабораторную работу №1).

Для расчета сумм, которые понадобятся при определении коэффициента детерминации (и при выполнении следующей задания), введем формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
E3	=A\$16+B\$16*B3	Расчет теоретических значений результата y_m . Копируем в диапазон E3:E11
F3	=(C3-SC\$12)^2	Копируем в диапазон F3:F11
G3	=(C3-E3)^2	Копируем в диапазон G3:G11
H3	=(E3-SC\$12)^2	Копируем в диапазон H3:H11
F12	=СУММ(F3:F11)	Копируем в диапазон F12:H12

Замечание. В приведенных формулах неоднократно используется абсолютная адресация, содержащая знак «\$». Это необходимо для того, чтобы при копировании формул данный адрес не изменялся. Для того чтобы превратить относительный адрес A16 в абсолютный (\$A\$16), достаточно нажать клавишу F4 в то время, когда курсор находится на ячейке A16.

Для вычисления коэффициента детерминации в ячейку H15 введем формулу:

$$=1-G12/F12.$$

2. Регрессия в виде степенной функции имеет вид: $y=ax^b$.

Для нахождения параметров регрессии $y=ax^b$ необходимо провести ее линеаризацию:

$$Y=A+bX,$$

где $Y=\ln y$, $X=\ln x$, $A=\ln a$.

Составляем вспомогательную таблицу для преобразованных данных (рис. 2.3):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Простейшая обработка данных								Расчеты сумм			
2		x	y	Y	X	YX	X ²		y _r	(y-y _{ср}) ²	(y-y _{ср}) ²	(y-y _{ср}) ²
3	1	11	25	3,22	2,40	7,72	5,75		24,034	133,531	0,9324	156,780
4	2	13	27	3,30	2,56	8,45	6,58		27,221	91,309	0,0487	87,141
5	3	15	31	3,43	2,71	9,30	7,33		30,284	30,864	0,5129	39,334
6	4	18	30	3,40	2,89	9,83	8,35		34,691	42,975	22,0060	3,476
7	5	20	38	3,64	3,00	10,90	8,97		37,525	2,086	0,2260	0,939
8	6	22	43	3,76	3,09	11,63	9,55		40,287	41,531	7,3617	13,922
9	7	24	44	3,78	3,18	12,03	10,10		42,986	55,420	1,0291	41,345
10	8	25	42	3,74	3,22	12,03	10,36		44,313	29,642	5,3514	60,183
11	9	27	49	3,89	3,30	12,83	10,86		46,929	154,864	4,2888	107,610
12	среднее значение	19,44	36,56	3,57	2,93	10,52	8,65		Сумма квадратов	582,2222	41,7569	510,7302
13									Общая	Остаточная	Объясненная	регрессией
14	Коэффициенты регрессии								Коэффициент детерминации			
15	A	b										0,9283
16	1,39	0,75										
17	Потенцирование											
18	a	b										
19	4,025	0,745										
20												
21	Линейн											
22	0,7452067	1,39255738										
23	0,0778874	0,22910222										
24	0,9289641	0,06862084										
25	91,541681	7										
26	0,4310533	0,03296174										

Рис. 2.3 Лист Степенная

Вводим формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
D3	=LN(C3)	Y=ln y Копируем в диапазон D3:D11
E3	=LN(B3)	X=ln x Копируем в диапазон E3:E11
F3	=D3*E3	Копируем в диапазон F3:F11
G3	=E3^2	Копируем в диапазон G3:G11
D12	=СРЗНАЧ(D3:D11)	Копируем в диапазон D12:G12

Для вычисления коэффициентов регрессии введем следующие формулы

Ячейка	Формула	Примечание
B16	=(F12-E12*D12)/(G12-E12^2)	b
A16	=D12-B16*E12	A

После потенцирования находим искомые коэффициенты регрессии:

Ячейка	Формула	Примечание
A19	=EXP(A16)	a
B19	=B16	b

Тогда уравнение регрессии будет иметь вид: $y=4,02x^{0,75}$.

Для расчета сумм введем формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
I3	=A\$19*B3^B\$19	Расчет теоретических значений результата y_m . Копируем в диапазон I3:I11
J3	=(C3-\$C\$12)^2	Копируем в диапазон J3:J11
K3	=(C3-E3)^2	Копируем в диапазон K3:K11
L3	=(E3-\$C\$12)^2	Копируем в диапазон L3:L11
J12	=СУММ(J3:J11)	Копируем в диапазон J12:L12

Для вычисления коэффициента детерминации в ячейку L15 введем формулу:

$$=1-K12/J12.$$

Проведем расчеты параметров регрессии с помощью статистической функции **ЛИНЕЙН**.



Выделим диапазон A22:B26. введем формулу

$$=ЛИНЕЙН(D3:D11;E3:E11;1;1).$$

В левой верхней ячейке выделенной области появится первый элемент итоговой таблицы. Чтобы раскрыть всю таблицу, нажмите на клавишу **F2**, а затем – на комбинацию клавиш **CTRL+SHIFT+ENTER**.

3. Расчеты на остальных листах во многом повторяют расчеты, произведенные на листе **Степенная**, поэтому остальные листы лучше всего получить копированием листа **Степенная**.

Для этого необходимо:

- находясь на листе **Степенная**, выделить его полностью, щелкнув мышью на пересечении названий столбцов и строк; с помощью кнопки  (**Копировать**) скопировать лист в **Буфер обмена**;
- перейти на следующий лист и выделив ячейку A1, щелкнуть мышью по кнопке  (**Вставить**).

Получим следующие результаты (рис. 3.3-7.3):

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Простейшая обработка данных								Расчеты сумм			
2		x	y	Y	x	Yx	x ²		y _T	(y-y _{ср}) ²	(y-y _T) ²	(y _T -y _{ср}) ²
3	1	11	25	3,22	11,00	35,41	121,00		25,056	133,531	0,0031	132,250
4	2	13	27	3,30	13,00	42,85	169,00		27,237	91,309	0,0562	86,833
5	3	15	31	3,43	15,00	51,51	225,00		29,609	30,864	1,9356	48,258
6	4	18	30	3,40	18,00	61,22	324,00		33,559	42,975	12,6652	8,980
7	5	20	38	3,64	20,00	72,75	400,00		36,481	2,086	2,3079	0,006
8	6	22	43	3,76	22,00	82,75	484,00		39,657	41,531	11,1740	9,621
9	7	24	44	3,78	24,00	90,82	576,00		43,110	55,420	0,7917	42,964
10	8	25	42	3,74	25,00	93,44	625,00		44,948	29,642	8,6902	70,432
11	9	27	49	3,89	27,00	105,08	729,00		48,862	154,864	0,0192	151,438
12	среднее значение	19,44	36,56	3,57	19,44	70,65	405,89		Сумма квадратов	582,2222	37,6430	550,7818
13									Общая	Остаточная	Объясненная	регрессий
14	Коэффициенты регрессии								Коэффициент детерминации			
15	A	B										0,9353
16	2,76	0,04										
17	Потенцирование											
18	a	b										
19	15,83	1,04										
20												
21	Линейн											
22	0,0417435	2,76191628										
23	0,003998	0,08054714										
24	0,9396628	0,06324257										
25	109,01471	7										
26	0,4360177	0,02799736										
27												

Рис. 3.3. Лист Показательная

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Простейшая обработка данных								Расчеты сумм			
2		x	y	Y	x	Yx	x ²		y _T	(y-y _{ср}) ²	(y-y _T) ²	(y _T -y _{ср}) ²
3	1	11	25	0,04	11,00	0,44	121,00		25,608	133,531	0,3695	119,853
4	2	13	27	0,04	13,00	0,48	169,00		27,306	91,309	0,0939	85,545
5	3	15	31	0,03	15,00	0,48	225,00		29,246	30,864	3,0748	53,422
6	4	18	30	0,03	18,00	0,60	324,00		32,735	42,975	7,4804	14,596
7	5	20	38	0,03	20,00	0,53	400,00		35,563	2,086	5,9389	0,985
8	6	22	43	0,02	22,00	0,51	484,00		38,926	41,531	16,5990	5,618
9	7	24	44	0,02	24,00	0,55	576,00		42,991	55,420	1,0181	41,415
10	8	25	42	0,02	25,00	0,60	625,00		45,360	29,642	11,2865	77,510
11	9	27	49	0,02	27,00	0,55	729,00		50,977	154,864	3,9067	207,965
12	среднее значение	19,44	36,56	0,03	19,44	0,53	405,89		Сумма квадратов	582,2222	49,7678	606,9100
13									Общая	Остаточная	Объясненная	регрессий
14	Коэффициенты регрессии								Коэффициент детерминации			
15	A	B										0,9145
16	0,0524	-0,0012										
17	Потенцирование											
18	a	b										
19	0,0524	-0,0012										
20												
21	Линейн											
22	-0,0012146	0,05241122										
23	0,0001213	0,00244362										
24	0,9347494	0,00191864										
25	100,27871	7										
26	0,0003691	2,5768E-05										
27												

Рис. 4.3. Лист Обратная

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Простейшая обработка данных								Расчеты сумм			
2		x	y	y	X	yX	X ²		y _т	(y-y _{ср}) ²	(y-y _т) ²	(y _т -y _{ср}) ²
3	1	11	25	25,00	2,40	59,95	5,75		22,769	133,531	4,9780	190,073
4	2	13	27	27,00	2,56	69,25	6,58		27,124	91,309	0,0153	88,959
5	3	15	31	31,00	2,71	83,95	7,33		30,854	30,864	0,0213	32,506
6	4	18	30	30,00	2,89	86,71	8,35		35,607	42,975	31,4391	0,900
7	5	20	38	38,00	3,00	113,84	8,97		38,354	2,086	0,1251	3,233
8	6	22	43	43,00	3,09	132,91	9,55		40,838	41,531	4,6731	18,342
9	7	24	44	44,00	3,18	139,83	10,10		43,107	55,420	0,7983	42,915
10	8	25	42	42,00	3,22	135,19	10,36		44,171	29,642	4,7120	57,991
11	9	27	49	49,00	3,30	161,50	10,86		46,177	154,864	7,9694	92,572
12	среднее значение	19,44	36,56	36,56	2,93	109,24	8,65		Сумма квадратов	582,2222	54,7315	527,4907
13										Общая	Остаточная	Объясненная регрессией
14	Коэффициенты регрессии								Коэффициент детерминации			
15	A	B										0,9060
16	-39,74	26,07										
17	Потенцирование											
18	a	b										
19	-39,74	26,07										
20												
21	Линейн											
22	26,068659	-39,741061										
23	3,1738096	9,33561316										
24	0,9059955	2,79620874										
25	67,464555	7										
26	527,49074	54,7314833										
27												

Рис. 5.3. Лист Полулогарифмическая

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Простейшая обработка данных								Расчеты сумм			
2		x	y	y	z	yz	z ²		y _т	(y-y _{ср}) ²	(y-y _т) ²	(y _т -y _{ср}) ²
3	1	11	25	25,00	0,09	2,27	0,01		21,702	133,531	10,8800	220,643
4	2	13	27	27,00	0,08	2,08	0,01		27,657	91,309	0,4312	79,190
5	3	15	31	31,00	0,07	2,07	0,00		32,024	30,864	1,0482	20,537
6	4	18	30	30,00	0,06	1,67	0,00		36,755	42,975	45,6281	0,040
7	5	20	38	38,00	0,05	1,90	0,00		39,120	2,086	1,2553	6,578
8	6	22	43	43,00	0,05	1,95	0,00		41,056	41,531	3,7799	20,252
9	7	24	44	44,00	0,04	1,83	0,00		42,669	55,420	1,7724	37,370
10	8	25	42	42,00	0,04	1,68	0,00		43,378	29,642	1,8998	46,550
11	9	27	49	49,00	0,04	1,81	0,00		44,640	154,864	19,0101	65,357
12	среднее значение	19,44	36,56	36,56	0,06	1,92	0,00		Сумма квадратов	582,2222	85,7050	496,5172
13										Общая	Остаточная	Объясненная регрессией
14	Коэффициенты регрессии								Коэффициент детерминации			
15	A	B										0,8528
16	60,41	-425,79										
17	Потенцирование											
18	a	b										
19	60,41	-425,7945										
20												
21	Линейн											
22	-425,79454	60,4101097										
23	66,863162	3,92330082										
24	0,8527968	3,499081										
25	40,553314	7										
26	496,51725	85,7049748										
27												

Рис. 6.3. Лист Гиперболическая

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Простейшая обработка данных							Расчеты сумм				
2		x	y	Y	x	Yx	x ²		y _T	(y-y _{ср}) ²	(y-y _T) ²	(y _T -y _{ср}) ²
3	1	11	25	3,22	11,00	35,41	121,00		25,056	133,531	0,0031	132,250
4	2	13	27	3,30	13,00	42,85	169,00		27,237	91,309	0,0562	86,833
5	3	15	31	3,43	15,00	51,51	225,00		29,609	30,864	1,9356	48,258
6	4	18	30	3,40	18,00	61,22	324,00		33,559	42,975	12,6652	8,980
7	5	20	38	3,64	20,00	72,75	400,00		36,481	2,086	2,3079	0,006
8	6	22	43	3,76	22,00	82,75	484,00		39,657	41,531	11,1740	9,621
9	7	24	44	3,78	24,00	90,82	576,00		43,110	55,420	0,7917	42,964
10	8	25	42	3,74	25,00	93,44	625,00		44,948	29,642	8,6902	70,432
11	9	27	49	3,89	27,00	105,08	729,00		48,862	154,864	0,0192	151,438
12	среднее значение	19,44	36,56	3,57	19,44	70,65	405,89		Сумма квадратов	582,2222	37,6430	550,7818
13										Общая	Остаточная	Объясненная регрессией
14	Коэффициенты регрессии							Коэффициент детерминации				
15	A	b										0,9353
16	2,76	0,04										
17	Потенцирование											
18	a	b										
19	15,83	0,0417										
20												
21	Линейн											
22	0,0417435	2,76191628										
23	0,0039998	0,08054714										
24	0,9396628	0,06324257										
25	109,01471	7										
26	0,4360177	0,02799736										

Рис. 7.3. Лист Экспоненциальная

Выберем наилучшую модель, для чего объединим результаты построения парных регрессий в одной таблице (табл. 2.1).

Все уравнения регрессии достаточно хорошо описывают исходные данные. Некоторое предпочтение можно отдать показательной или экспоненциальной функции, для которых значение коэффициента детерминации наибольшее.

Вид регрессии	Уравнение регрессии	Коэффициент детерминации
Линейная	$y=7,9+1,47x$	0,9335
Степенная	$y=4,03x^{0,75}$	0,9283
Показательная	$y=15,83 \cdot 1,04^x$	0,9353
Обратная	$y=1/(0,05-0,0012x)$	0,9145
Полулогарифмическая	$y= -39,74+26,07\ln x$	0,9060
Гиперболическая	$y=60,41-425,79/x$	0,8528
Экспоненциальная	$y=15,83e^{0,0417x}$	0,9353

Отчет по заданию

1. Запишите все виды моделей, нелинейных относительно включаемых переменных и оцениваемых параметров.
2. Как осуществляется линеаризация модели?
3. Назовите показатели корреляции, используемые при нелинейных соотношениях рассматриваемых признаков.
4. Запишите уравнения линейной, степенной, показательной, экспоненциальной, полулогарифмической, гиперболической и обратной моделей и с помощью коэффициента детерминации сравнить эти модели.

Задание №4

Прогнозирование на основании линейной регрессии

Цель: научиться прогнозировать индивидуальные значения зависимой переменной на основании линейной регрессии; уметь определять точность прогноза.

Краткие теоретические сведения.

Пусть по заданной выборке объема n найдено выборочное уравнение линейной регрессии

$$y = a + bx$$

С помощью этого уравнения можно прогнозировать значение результата y_p при определенном прогнозном значении фактора x_p .

Прогнозное значение y_p определяется путем подстановки в уравнение регрессии $y = a + bx$ соответствующего прогнозного значения x_p .

Точное уравнение регрессии нам неизвестно. Поэтому мы не можем сделать точный прогноз. Можно только утверждать, что прогнозное значение результата y_p при данном x_p с вероятностью γ попадет в доверительный интервал γ_p . Вероятность γ называется уровнем надежности.

Ошибка прогноза составляет:

$$m_p = S \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum (x - \bar{x})^2}},$$

где $S = \sqrt{\frac{\sum y^2 - a \sum y - b \sum xy}{n - 2}} = \sqrt{\frac{\sum (y - y_x)^2}{n - 2}}$ – стандартная ошибка регрессии (дисперсия ошибки или остаточная дисперсия).

Предельная ошибка прогноза, составит:

$$\Delta_p = t_{\text{табл}} \cdot m_p.$$

Доверительный интервал прогноза:

$$\gamma_p = y_p \pm \Delta_p.$$

Точность прогноза можно оценить с помощью относительной ошибки прогноза:

$$\delta_p = \frac{\Delta_p}{|y_p|} \cdot 100\%.$$

Порядок выполнения работы.

Используя данные к заданию №1 при $x_p=20$:

1. найти уравнение регрессии;
2. рассчитать доверительный интервал прогноза при значениях уровня надежности 80%, 90%, 95%;
3. найти относительную ошибку прогноза;
4. построить графики линии регрессии с доверительными границами.

Пример выполнения задания.

Расчеты для каждого из уровней надежности производить на отдельных листах, которые назовем , соответственно: 80%, 90%, 95%.

I. Лист 80%.

9. В диапазоне A2:C11 подготовим исходные данные.
10. В ячейку B12 запишем значение $x_p=15,5$, для которого необходимо спрогнозировать значение результата y_p .
11. Вводим следующие формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
C16	=ОТРЕЗОК(C3:C11;B3:B11)	Определяем коэффициенты регрессии
C17	=НАКЛОН(C3:C11;B3:B11)	
C18	=СРЗНАЧ(B3:B11)	\bar{x}
C19	=СТОШУХ(C3:C11;B3:B11)	Стандартная ошибка регрессии
C20	9	Количество предприятий
C21	=80/100	Уровень надежности
C22	=1-C21	Уровень значимости
C23	=C20-2	Число степеней свободы
C24	=СТЮДРАСПОБР(C22;C23)	критическое значение t-статистики
D3	=(B3-\$C\$18)^2	Формулу скопируем вниз до D11
D12	=СУММ(D3:D11)	Находим $\sum (x - \bar{x})^2$
C27	=C19*КОРЕНЬ(1+1/C20+(B12-C18)^2/D12)	Стандартная ошибка прогноза
C28	=C24*C27	Предельная ошибка прогноза
C29	=C16+C17*B12	Прогнозное значение результата
C30	=C29-C28	Нижняя граница доверительного интервала
C31	=C29+C28	Верхняя граница доверительного интервала
C32	=C28*100/C29	Относительная ошибка прогноза

12. Для графического представления полученных результатов:

- Вводим следующие формулы:

E3	=C\$16+C\$17*B3	Копируем вниз до E11
F3	=C\$19*КОРЕНЬ(1+1/C\$20+(B3-C\$18)^2/D\$12)	Копируем вниз до F11
G3	=F3*C\$24	Копируем вниз до G11
H3	=E3-G3	Копируем вниз до H11
I3	=E3+G3	Копируем вниз до I11

Таким образом получим данные, представленные на рис. 1.4.

- Выделим одновременно диапазоны B2:C11, E2:E11, H2:I11 (поскольку эти диапазоны несмежные, при этом должна быть нажата клавиша Ctrl);
- Вызовем **Мастер диаграмм**. Чтобы ось отражала фактические данные, выберем тип диаграммы **Точечная**;
- Для добавления на диаграмму прогнозируемых значений в **Мастере диаграмм** на шаге 2 перейдем на вкладку **Ряд** (рис. 2.4). Щелкнем по кнопке **Добавить** и введем с помощью левой кнопки мыши: **Имя** – Прогноз, **Значения X** – B12, **Значения Y** – C29. Щелкнув по кнопке **Готово**, получим диаграмму, представленную на рисунке 3.4.

Отформатируем диаграмму. Для этого щелкнем дважды по фону и выберем заливку **прозрачная**, затем щелкнем дважды по линии регрессии и выберем тип линии, цвет и толщину, а переключатель маркера поставим в положение **отсутствует**. Аналогичным образом форматируются линии, представляющие границы доверительных интервалов, и точки, отображающие прогнозируемые значения. В итоге получим диаграмму, представленную на рис. 4.4.

II. Лист 90% и 95%.

Чтобы получить расчеты для уровней надежности 90% и 95%, достаточно скопировать лист 80% на листы 90% и 95% и ввести на них в ячейку C21 соответственно значения 0,9 и 0,95. При этом диаграммы, полученные при таком копировании, следует удалить и построить заново на основе расчетов, полученных на листах 90% и 95% (рис. 5.4 и 6.4).

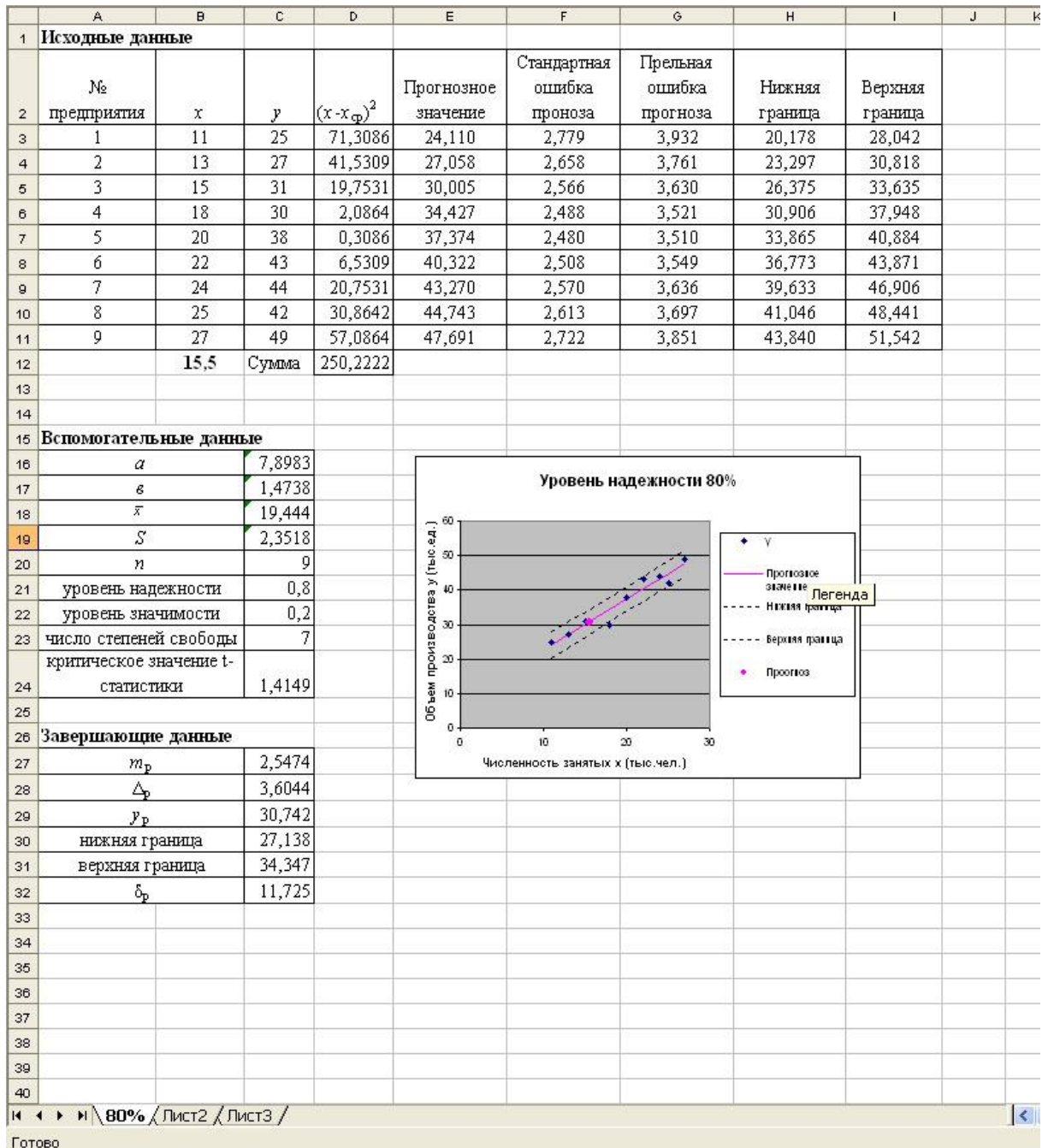


Рис. 1.4. Прогнозирование на основании линейной модели при уровне надежности 80%

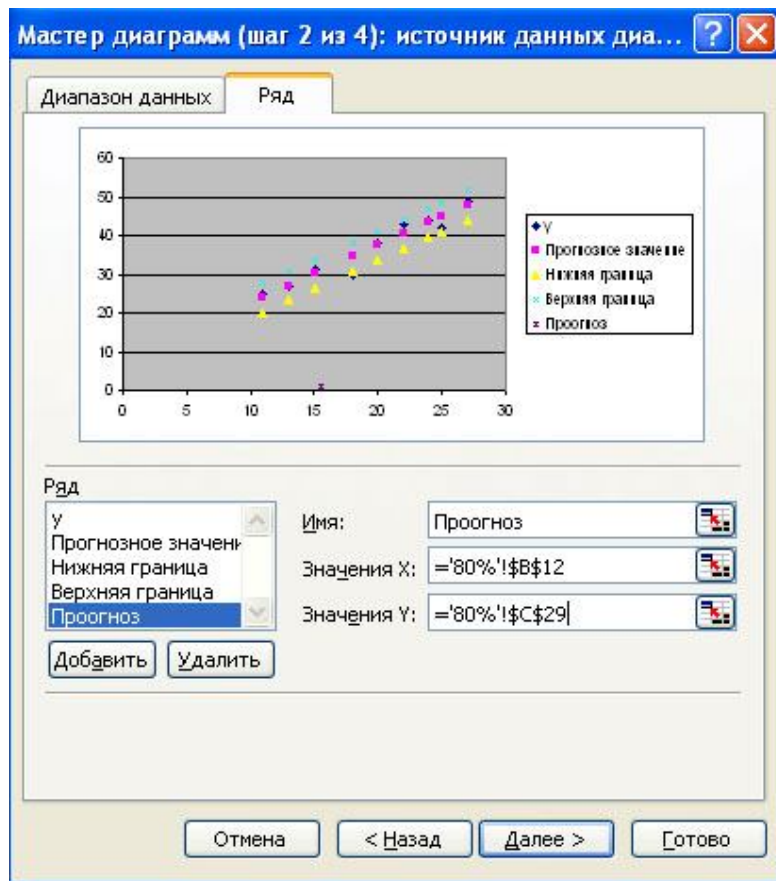


Рис. 2.4. Шаг 2 Мастера диаграмм

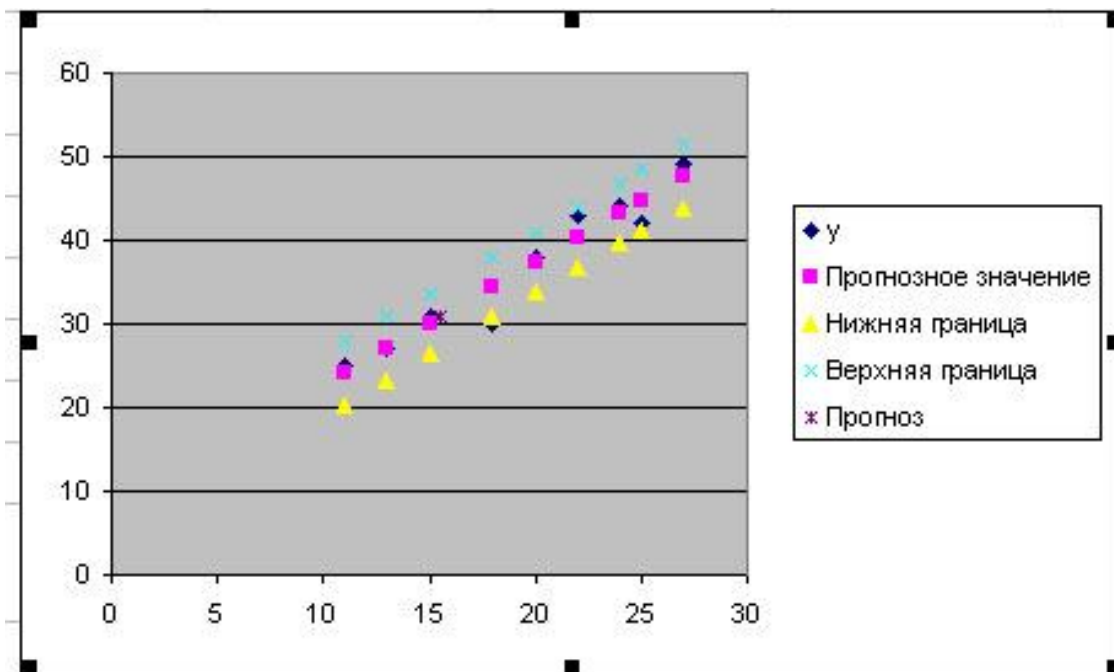


Рис. 3.4. Диаграмма, построена с помощью Мастера

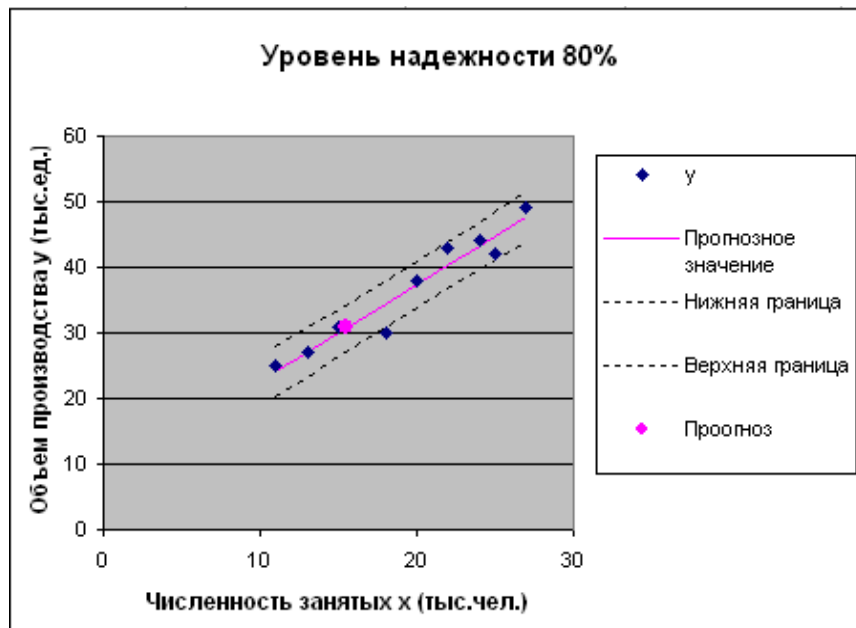


Рис. 4.4. Итоговый вид диаграммы при уровне надежности 80%

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Исходные данные								
2	№ предприятия	x	y	$(x - x_{cp})^2$	Прогнозное значение	Стандартная ошибка прогноза	Предельная ошибка прогноза	Нижняя граница	Верхняя граница
3	1	11	25	71,3086	24,110	2,779	5,265	18,845	29,375
4	2	13	27	41,5309	27,058	2,658	5,035	22,022	32,093
5	3	15	31	19,7531	30,005	2,566	4,861	25,145	34,866
6	4	18	30	2,0864	34,427	2,488	4,714	29,712	39,141
7	5	20	38	0,3086	37,374	2,480	4,699	32,675	42,074
8	6	22	43	6,5309	40,322	2,508	4,752	35,570	45,073
9	7	24	44	20,7531	43,270	2,570	4,869	38,401	48,138
10	8	25	42	30,8642	44,743	2,613	4,951	39,793	49,694
11	9	27	49	57,0864	47,691	2,722	5,156	42,535	52,847
12		15,5	Сумма	250,2222					
13									
14									
15	Вспомогательные данные								
16	a	7,8983							
17	b	1,4738							
18	\bar{x}	19,444							
19	S	2,3518							
20	n	9							
21	уровень надежности	0,9							
22	уровень значимости	0,1							
23	число степеней свободы	7							
24	критическое значение t-статистики	1,8946							
25									
26	Завершающие данные								
27	m_p	2,5474							
28	Δ_p	4,8263							
29	y_p	30,742							
30	нижняя граница	25,916							
31	верхняя граница	35,569							
32	δ_p	15,699							

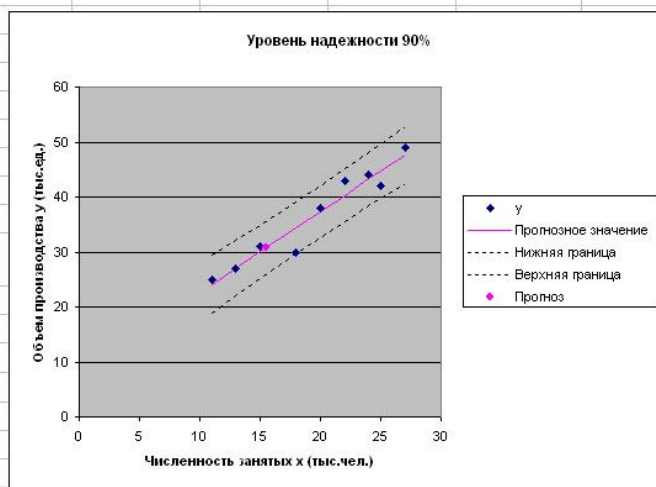


Рис. 5.4. Прогнозирование на основании линейной модели при уровне надежности 90%

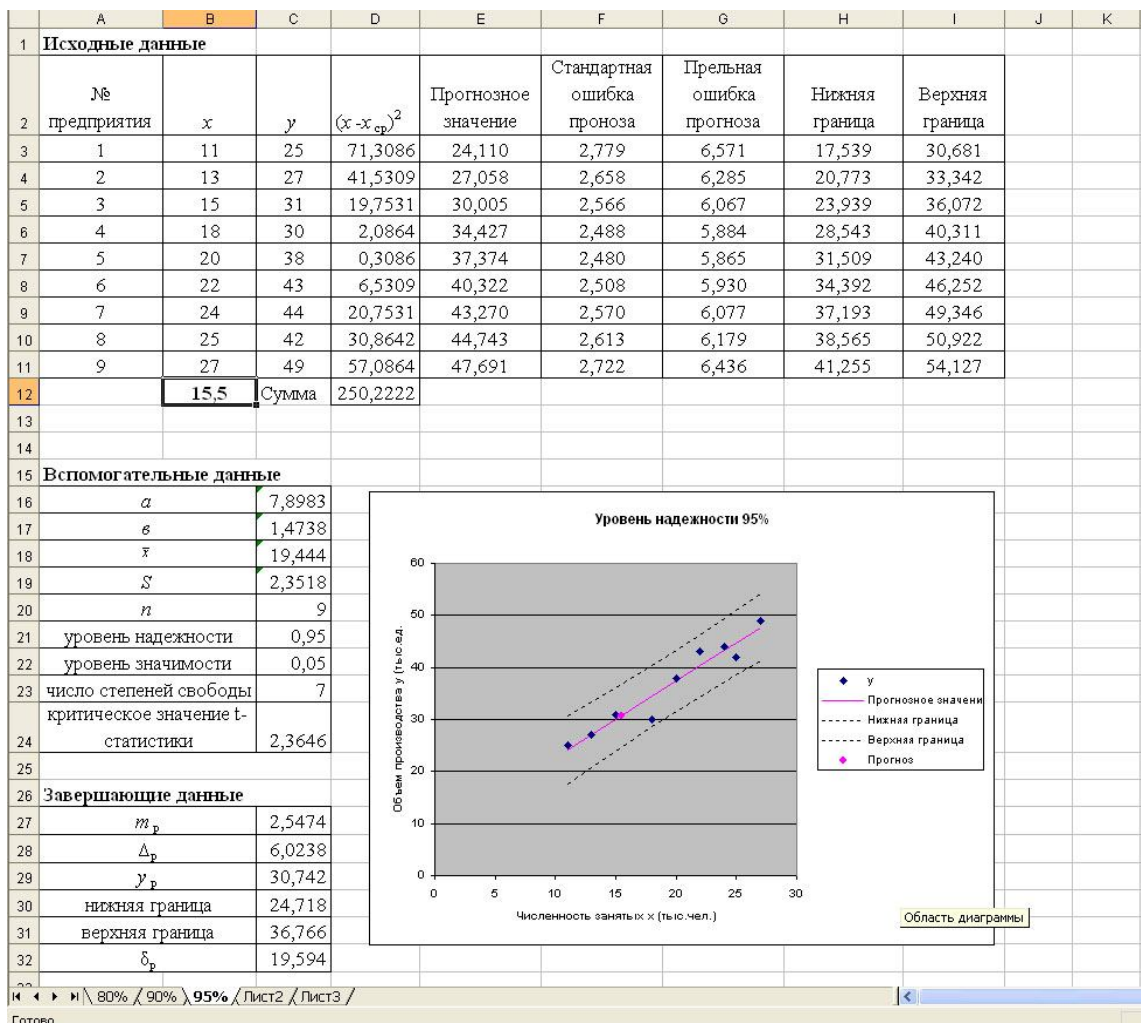


Рис. 6.4. Прогнозирование на основании линейной модели при уровне надежности 95%

Сравним относительные погрешности прогнозов при различных уровнях надежности, для $x_p=15,5$:

Уровень надежности	80%	90%	95%
Относительная погрешность	11,7%	15,7%	19,6%

Повышение уровня надежности с 80% до 95% снижает точность прогноза в $19,6/11,7 \approx 1,68$ раза.

Отчет по заданию

1. Запишите завершающие данные: прогнозное значение результата, стандартная и предельная ошибки прогноза, доверительный интервал прогноза, относительная погрешность прогноза.
2. Сравнить относительные погрешности прогнозов при различных уровнях надежности, например, для $x_p=20$.

Задание №5

Многофакторная линейная регрессия. Мультиколлинеарность

Цель: научиться проверять факторы на мультиколлинеарность; находить уравнение многофакторной линейной регрессии, проверять его качество; находить средние коэффициенты эластичности.

Краткие теоретические сведения.

Множественная регрессия – уравнения связи с несколькими независимыми переменными:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p),$$

где y – зависимая переменная (результативный признак);

x_1, x_2, \dots, x_p – независимые переменные (факторы).

Для оценки параметров уравнения множественной регрессии применяют *метод наименьших квадратов* (МНК).

Линейное уравнение регрессии имеет вид: $y = b_1x_1 + b_2x_2 + a$.

Средний коэффициент эластичности $\bar{\epsilon}$ показывает, на сколько процентов в среднем по совокупности изменится результат y от своей средней величины при изменении фактора x_j на 1% от своего среднего значения. Средние коэффициенты эластичности для линейной регрессии рассчитываются по формуле:

$$\bar{\epsilon}_{yx_j} = b_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}.$$

Качество построенной модели в целом оценивает коэффициент (индекс) детерминации:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (y - \bar{y})^2}.$$

F-тест – оценивание качества уравнения регрессии – состоит в проверке гипотезы H_0 о *статистической незначимости уравнения регрессии и показателя тесноты связи*. Для этого выполняется сравнение фактического $F_{\text{факт}}$ и критического (табличного) $F_{\text{табл}}$ значений *F-критерия Фишера*. $F_{\text{факт}}$ определяется из соотношения значений факторной и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m}.$$

Число степеней свободы критерия Фишера-Снедекора: $k_1 = m$; $k_2 = n - m - 1$ и критическое значение этого критерия $F_{\text{кр}} = F_{\alpha; k_1; k_2}$.

Если $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$, то гипотеза H_0 о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность. Если $F_{\text{факт}} < F_{\text{табл}}$, то гипотеза H_0 не отклоняется и признается статистическая незначимость, ненадежность уравнения регрессии.

Оценка значимости коэффициентов регрессии с помощью t -критерия Стьюдента сводится к вычислению наблюдаемого значения t -статистики:

$$t_{j \text{ набл}} = \frac{b_j}{m_{b_j}}; t_{a \text{ набл}} = \frac{a}{m_a},$$

где

m_{b_i} – средняя квадратическая ошибка коэффициента регрессии b_i , она может быть определена по следующей формуле:

$$m_{b_i} = \frac{\sigma_y \cdot \sqrt{1 - R_{yx_1 \dots x_p}^2}}{\sigma_{x_i} \cdot \sqrt{1 - R_{x_i x_1 \dots x_p}^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n - m - 1}}.$$

m_a – средняя квадратическая ошибка коэффициента регрессии a .

Критическое значение t -статистики: $t_{кр} = t_{\alpha; n-m-1}$ где $k = n - m - 1$ – число степеней свободы, m – число факторов;

Если $|t_{\text{набл}}| > t_{кр}$, то коэффициент регрессии статистически значим; в противном случае – статистически незначим.

При построении уравнений множественной регрессии может возникнуть проблема *мультиколлинеарности* факторов, их тесной линейной связанности.

Считая, что две переменные явно *коллинеарны*, то есть находятся между собой в линейной зависимости, если $r_{x_i x_j} \geq 0,7$.

Статистическая функция ЛИНЕЙН

Анализ многофакторных моделей в Excel удобно проводить с помощью статистической функции ЛИНЕЙН, которая на основе МНК рассчитывает массив данных, описывающих уравнение линейной многофакторной регрессии $y = b_1 x_1 + b_2 x_2 + a$.

Синтаксис

ЛИНЕЙН(известные_значения_у; известные_значения_х; конст; статистика)

Известные_значения_у – множество значений y .

Известные_значения_х – диапазон известных значений факторов.

Конст – логическое значение, которое указывает, требуется ли, чтобы константа (свободный член) a была равна 0.

Если конст имеет значение 1 или опущено, то a вычисляется обычным образом.

Если аргумент конст имеет значение 0, то свободный член полагается равным нулю.

Статистика – логическое значение, которое указывает, требуется ли вернуть дополнительную статистику по регрессии.

Если аргумент статистика имеет значение 1 то функция ЛИНЕЙН возвращает дополнительную регрессионную статистику.

Если аргумент статистика имеет значение 0 или опущен, то функция ЛИНЕЙН не возвращает дополнительную регрессионную статистику.

В случае, когда значение аргумента **стат** равно 1, таблица результатов, выводимых функцией ЛИНЕЙН имеет вид:

b_2	b_1	a
m_{b_2}	m_{b_1}	m_a
R^2	S	
$F_{набл}$	k	
$S_{факт}$	$S_{остат}$	

Величина	Описание
$m_{b_2} m_{b_1} m_a$	Стандартные значения ошибок для коэффициентов.
R^2	Коэффициент детерминации.
S	Стандартная ошибка регрессии.
$F_{набл}$	F -статистика, или F -наблюдаемое значение. F -статистика используется для определения того, является ли наблюдаемая взаимосвязь между зависимой и независимой переменными случайной или нет.
k	Степени свободы. $k=n-m-1$.
$S_{факт}$	Регрессионная сумма квадратов.
$S_{остат}$	Остаточная сумма квадратов.

Регрессия и Excel

Excel позволяет при построении уравнения линейной регрессии большую часть работы сделать очень быстро. Важно понять, как интерпретировать полученные результаты. Воспользуемся надстройкой *Пакет анализа*.

Сервис – Анализ данных – Регрессия – ОК. Появляется диалоговое окно, которое нужно заполнить. В графе *Входной интервал Y*: указывается ссылка на ячейки, содержащие значения результативного признака y . В графе *Входной интервал X*: указывается ссылка на ячейки, содержащие значения факторов x_1, \dots, x_m ($m < 16$). Если первые из ячеек содержат пояснительный текст, то рядом со словом *Метки* нужно поставить «галочку». *Уровень надежности* (доверительная вероятность) по умолчанию предполагается равным 95%. Если исследователя это значение не устраивает, то рядом со словами *Уровень надежности* нужно поставить «галочку» и указать требуемое значение. Поставив «галочку» рядом со словом *константа-ноль*, исследователь получит $a = 0$ по умолчанию. Если нужны значения остатков e_t и их график, то нужно поставить «галочки»

рядом со словами *Остатки* и *График остатков*. ОК. Появляется итоговое окно.

Если число в графе *Значимость F* превышает 1 – *Уровень надежности*, то принимается гипотеза $R^2 = 0$. Иначе принимается гипотеза $R^2 \neq 0$.

P-значение – это значения уровней значимости, соответствующие вычисленным *t*-статистикам.

Нижние 95% и Верхние 95% – это нижние и верхние границы 95% доверительных интервалов для коэффициентов теоретического уравнения линейной регрессии. Если исследователь согласился с принятым по умолчанию значением доверительной вероятности 95%, то последние два столбца будут дублировать два предыдущих столбца. Если исследователь вводил свое значение доверительной вероятности *p*, то последние два столбца содержат значения соответственно нижней и верхней границы *p*-процентных доверительных интервалов.

Порядок выполнения работы.

1. **Проверить факторы на мультиколлинеарность.** Поскольку их всего два, то следует проверить их на коллинеарность по значению парного коэффициента корреляции. Поэтому необходимо:

- 1) Найти коэффициент корреляции между факторами r_{12} .
- 2) Проверить статистическую значимость полученного коэффициента корреляции при $\alpha=0,05$. Для этого:
 - найти наблюдаемое значение *t*-статистики:

$$t_{\text{набл}} = r_{12} \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{12}^2}};$$

- найти критическое значение *t*-статистики: $t_{кр} = t_{\alpha; n-2}$ где $k=n-2$ – число степеней свободы;
- сделать вывод о значимости коэффициента корреляции r_{12} и, значит о наличие коллинеарности: если $|t_{\text{набл}}| > t_{кр}$, то коэффициент корреляции статистически значим и факторы коллинеарны; в противном случае – факторы неколлинеарны.

2. **Найти линейное уравнение регрессии $y=b_1x_1+b_2x_2+a$ и проверить его качество.** Для этого необходимо:

- 1) Найти коэффициенты уравнения b_1, b_2, a .
- 2) Для проверки статистической значимости коэффициентов уравнения b_1, b_2, a при $\alpha=0,05$ необходимо:
 - найти наблюдаемые значения *t*-статистик:

$$t_{j \text{ набл}} = \frac{b_j}{m_{b_j}}; t_{a \text{ набл}} = \frac{a}{m_a}.$$

- найти критическое значение *t*-статистики: $t_{кр} = t_{\alpha; n-m-1}$ где $k=n-m-1$ – число степеней свободы, m – число факторов;

- сделать вывод о значимости каждого из коэффициентов b_1 , b_2 , a : если $|t_{набл}| > t_{кр}$, то коэффициент регрессии статистически значим; в противном случае – статистически незначим.

3) Для проверки общего качества уравнения регрессии проверить значимость коэффициента детерминации. Для этого:

- найти коэффициент детерминации;
- найти наблюдаемое значение F -статистики

$$F_{факт} = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot (n-2);$$

- найти критическое значение F -статистики. Число степеней свободы критерия Фишера-Снедекора: $k_1=1$; $k_2= n-m-1$ и критическое значение этого критерия $F_{кр} = F_{\alpha; k_1; k_2}$.
- сделать вывод о значимости уравнения регрессии: если $F_{факт} > F_{кр}$, то уравнение регрессии статистически значимо и надежно, если $F_{факт} < F_{кр}$ признается статистическая незначимость, ненадежность уравнения регрессии.

3. Найти средние коэффициенты эластичности по переменным x_1 и x_2 по формуле:

$$\bar{\epsilon}_{yx_j} = b_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}.$$

Пример выполнения задания

Дана зависимость объема выпускаемой продукции (млн. руб.) от соответствующих затратах на рабочую силу x_1 (млн. руб.) и средств производства x_2 (млн. руб.) для десяти регионов страны. Необходимо в соответствии со сформулированным выше заданием построить и проанализировать линейную двухфакторную модель.

№ п/п	x_1	x_2	y
1	1,83	1,41	12,2
2	1,41	1,43	7,89
3	1,31	1,16	8,36
4	0,83	1,54	6,9
5	0,86	1,01	5,74
6	1,18	1,84	9,77
7	1,75	1,78	10,99
8	1,13	1,16	6,95
9	0,95	1,99	9,97
10	1,4	1,68	9,16

I. Проверка факторов на мультиколлинеарность

1. Подготовим исходные данные, как показано на рис 1.5.

2. Вводим следующие формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
B15	=КОРРЕЛ(B3:B12;C3:C12)	Коэффициент корреляции между факторами
B16	=B15*((A12-2)/(1-B15*B15))^0,5	Наблюдаемое значение t -статистики коэффициента корреляции
B17	=СТЮДРАСПОБР(0,05;A12-2)	Критическое значение t -статистики коэффициента корреляции
B18	=ЕСЛИ(ABS(B16)>B17;"факторы мультиколлинеарны";"факторы не мультиколлинеарны")	Выводы о проверке на мультиколлинеарность

	A	B	C	D	E	F
1	Линейная многофакторная регрессия					
2	№ п/п	x_1	x_2	y		
3	1	1,83	1,41	12,2		
4	2	1,41	1,43	7,89		
5	3	1,31	1,16	8,36		
6	4	0,83	1,54	6,9		
7	5	0,86	1,01	5,74		
8	6	1,18	1,84	9,77		
9	7	1,75	1,78	10,99		
10	8	1,13	1,16	6,95		
11	9	0,95	1,99	9,97		
12	10	1,4	1,68	9,16		
13						
14	Проверка мультиколлинеарности					
15	r_{12}	0,1261				
16	$t_{набл}$	0,3595				
17	$t_{кр}$	2,306				
18	Вывод	факторы не мультиколлинеарны				

Рис. 1.5. Проверка мультиколлинеарности

II. Уравнение линейной регрессии

1. Найдем массив данных, описывающих уравнение линейной многофакторной регрессии (см. рис. 2.5). Для этого:

- выделим мышью весь диапазон C22:E26;
- вызовем функцию ЛИНЕЙН, в окне которой введем следующие значения параметров: **Изв_знач_y** – D3:D12, **Изв_знач_x** – B3:C12, **Конст** – 1, **Статистика** – 1;
- после ввода параметров вместо кнопки **ОК** нажмем одновременно три клавиши: <Shift>+<Ctrl>+<Enter>.

	A	B	C	D	E
19					
20	Анализ уравнения регрессии				
21			b_2	b_1	a
22	Кoeffициенты модели		3,177	4,042	-1,085
23	Стандартные ошибки коэффицентов		0,939	0,885	1,710
24	R^2	s	0,840	0,909	#Н/Д
25	F-статистика	k	18,397	7	#Н/Д
26	$S_{\text{факт}}$	$S_{\text{остат}}$	30,425	5,788	#Н/Д
27					
28	t-статистики коэффицентов		3,382	4,569	0,635
29	Значимость коэффицентов		Значим	Значим	Незначим
30	$t_{\text{кр}}$		2,365		
31	$F_{\text{кр}}$		4,737		
32	Значимость уравнения		Значимо		

Рис. 2.5. Анализ уравнения регрессии

Из полученных данных следует, что уравнение линейной регрессии имеет вид:

$$y = 4,042x_1 + 3,177x_2 - 1,085.$$

(0,885) (0,939) (1,71)

В скобках указаны стандартные ошибки соответствующих коэффицентов.

Анализируя уравнение, мы видим, что при тех же средствах производства дополнительный рост затрат на рабочую силу на 1 млн. руб. влечет за собой увеличение объема выпускаемой продукции в среднем на 4,042 млн. руб., а увеличение средств производства на 1 млн. руб. при тех же затратах на рабочую силу способствует росту объема выпускаемой продукции в среднем на 3,177 тыс. руб.

2. Вводим следующие формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
C28	=ABS(C22)/C23	t-статистика коэффицентов. Копируем до E28.
C30	=СТЮДРАСПОБР(0,05;A12-2-1)	Критическое значение t-статистики коэффицента корреляции.
C31	=FРАСПОБР(0,05;A12-1-D25;D25)	Критическое значение F-статистики.
C29	=ЕСЛИ(C28>\$C\$30;"Значим";"Незначим")	Выводы о значимости коэффицентов. Копируем до E29.
C32	=ЕСЛИ(C25>C31;"Значимо";"Незначимо")	Вывод о значимости уравнения регрессии

III. Средние коэффициенты эластичности

Вводим следующие формулы:

Ячейка	Формула	Примечание
A37	=СРЗНАЧ(В3:В12)	Средние значения фактора и результата. Копируем до С37.
A40	=D22*A37/C37	Средний коэффициент эластичности для x_1
B40	=C22*B37/C37	Средний коэффициент эластичности для x_2

Результаты вычислений представлены на рис. 3.5.

	А	В	С
34	Расчет коэффициентов эластичности		
35	<i>Выборочные средние</i>		
36	для x_1	для x_2	для y
37	1,265	1,5	8,793
38	<i>Средние коэффициенты эластичности</i>		
39	для x_1	для x_2	
40	0,581	0,542	

Рис. 3.5. Расчет средних коэффициентов эластичности

Следовательно при увеличении затрат на рабочую силу на 1% объем выпускаемой продукции увеличится в среднем на 0,581%, при увеличении затрат на средства производства на 1% объем выпускаемой продукции увеличится в среднем на 0,542%.

IV. Регрессия и Excel.

1. В главном меню выберите **Сервис – Анализ данных – Регрессии**. Щелкните по кнопке **ОК**.

2. Заполните диалоговое окно ввода данных и параметров вывода (рис. 4.5):

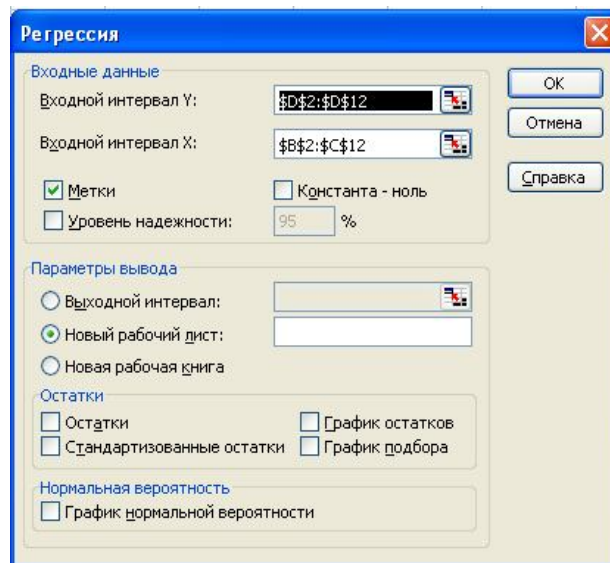


Рис. 4.5. Диалоговое окно ввода параметров инструмента **Регрессия**

3. Результаты регрессионного анализа представлены на рис. 5.5.

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОДИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,917					
5	R-квадрат	0,840					
6	Нормированный R-квадрат	0,794					
7	Стандартная ошибка	0,909					
8	Наблюдения	10					
9							
10	Дисперсионный анализ						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	2	30,425	15,212	18,397	0,002	
13	Остаток	7	5,788	0,827			
14	Итого	9	36,213				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	<i>a</i>	-1,085	1,710	-0,635	0,546	-5,127	2,957
18	<i>b</i> ₁	4,042	0,885	4,569	0,003	1,950	6,134
19	<i>b</i> ₂	3,177	0,939	3,382	0,012	0,956	5,398

Рис. 5.5. Результат применения инструмента **Регрессия**

Отчет по заданию

Используя данные из приложения 2, требуется:

1. Сформулируйте требования, предъявляемые к факторам для включения их в модель множественной регрессии.
2. Мультиколлинеарны ли факторы для вашего варианта? Почему?
3. Запишите уравнение линейной множественной регрессии для вашего варианта и интерпретируйте оценки параметров регрессии.
4. Как оценивается значимость параметров уравнения регрессии?
5. Являются ли параметры уравнения регрессии для вашего варианта значимыми и почему?
6. Запишите доверительные интервалы для параметров уравнения регрессии для вашего варианта.
7. Каким образом осуществляется проверка значимости уравнения в целом.
8. Значимо ли уравнение регрессии для вашего варианта и почему?
9. Найдите частные уравнения регрессии.
10. Найдите средние коэффициенты эластичности. Сделать выводы.
11. Сравните полученные результаты с результатами, полученными с помощью инструмента анализа данных **Регрессия**.

Задание №6

Построение линейного, логарифмического, полиномиального, степенного и экспоненциального трендов

Цель: научиться проводить расчет параметров линейного, логарифмического, полиномиального, степенного и экспоненциального трендов, строить графики ряда динамики и трендов. Уметь выбирать наилучший вид трендов на основании графического изображения и значения коэффициента детерминации.

Порядок выполнения работы.

1. Провести расчет параметров линейного, логарифмического, полиномиального, степенного и экспоненциального трендов;
2. Построить графики ряда динамики и трендов;
3. Выбрать наилучший вид трендов на основании графического изображения и значения коэффициента детерминации.

Пример выполнения задания

Динамика выпуска продукции некоторой страны характеризуется данными (усл. ед.), представленными в таблице:

Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции	Год	Выпуск продукции
1961	1054	1973	3837	1985	13617
1962	1104	1974	5490	1986	16356
1963	1149	1975	5502	1987	20037
1964	1291	1976	6342	1988	21748
1965	1427	1977	7665	1989	23298
1966	1505	1978	8570	1990	26570
1967	1513	1979	11172	1991	23080
1968	1635	1980	14150	1992	23981
1969	1987	1981	14004	1993	23446
1970	2306	1982	13088	1994	29658
1971	2367	1983	12518	1995	39573
1972	2913	1984	13471	1996	38435

В диапазоне A4:C39 (рис. 1.6) введем исходные данные.

Для определения параметров линейного тренда по методу наименьших квадратов воспользуемся статистической функцией **ЛИНЕЙН**. В качестве зависимой переменной в данном примере выступает время ($t = 1, 2, \dots, n$). Порядок вычисления был рассмотрен в заданию №1.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Построение трендов						
2							
3	Год, x	Время, t	Выпуск продукции, y				
4	1961	1	1054				
5	1962	2	1104				
6	1963	3	1149				
7	1964	4	1291				
8	1965	5	1427				
9	1966	6	1505				
10	1967	7	1513				
11	1968	8	1635				
12	1969	9	1987				
13	1970	10	2306				
14	1971	11	2367				
15	1972	12	2913				
16	1973	13	3837				
17	1974	14	5490				
18	1975	15	5502				
19	1976	16	6342				
20	1977	17	7665				
21	1978	18	8570				
22	1979	19	11172				
23	1980	20	14150				
24	1981	21	14004				
25	1982	22	13088				
26	1983	23	12518				
27	1984	24	13471				
28	1985	25	13617				
29	1986	26	16356				
30	1987	27	20037				
31	1988	28	21748				
32	1989	29	23298				
33	1990	30	26570				
34	1991	31	23080				
35	1992	32	23981				
36	1993	33	23446				
37	1994	34	29658				
38	1995	35	39573				
39	1996	36	38435				

Рис. 1.6 Исходные данные

Запишем уравнения линейного тренда, используя данные рис. 1.6:

$$y_t = -5969,52 + 977,12t.$$

Выделим диапазон A4:A39 и, нажав **Ctrl**, выделим диапазон C4:C39, выбрав в **Мастере диаграмм** тип – **График**, построим график зависимости выпуска продукции от времени (см. рис. 2.6):

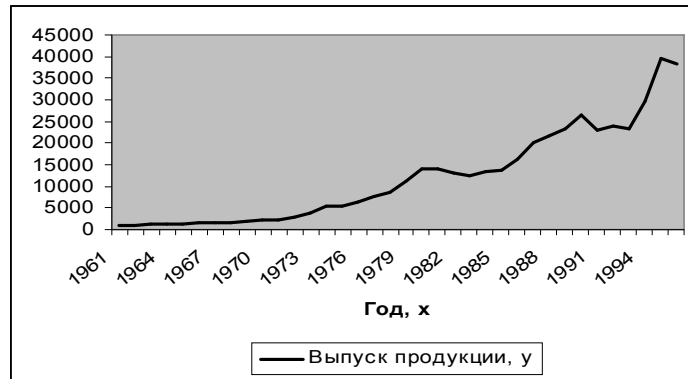


Рис.2.6. Динамика выпуска продукции.

В ППП MS Excel линия тренда может быть добавлена в диаграмму с областями гистограммы или в график. Для этого:

1. выделите область построения диаграммы; в главном меню выберите **Диаграмма/ Добавить линию тренда**;
2. в появившемся диалоговом окне (рис.3.6.) выберите вид линии тренда и задайте соответствующие параметры. Для полиномиального тренда необходимо задать степень аппроксимирующего полинома, для скользящего среднего – количество точек усреднения.

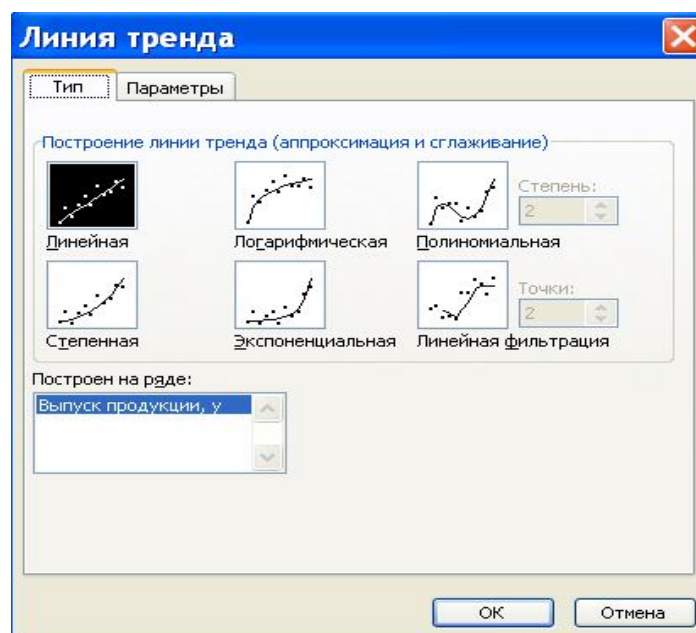


Рис. 3.6. Диалоговое окно типов линий тренда

В качестве дополнительной информации на диаграмме можно отобразить уравнение регрессии и значение среднеквадратического отклонения, установив соответствующие значки на закладке Параметры (рис.4.6.). Щелкните по кнопке **ОК**.

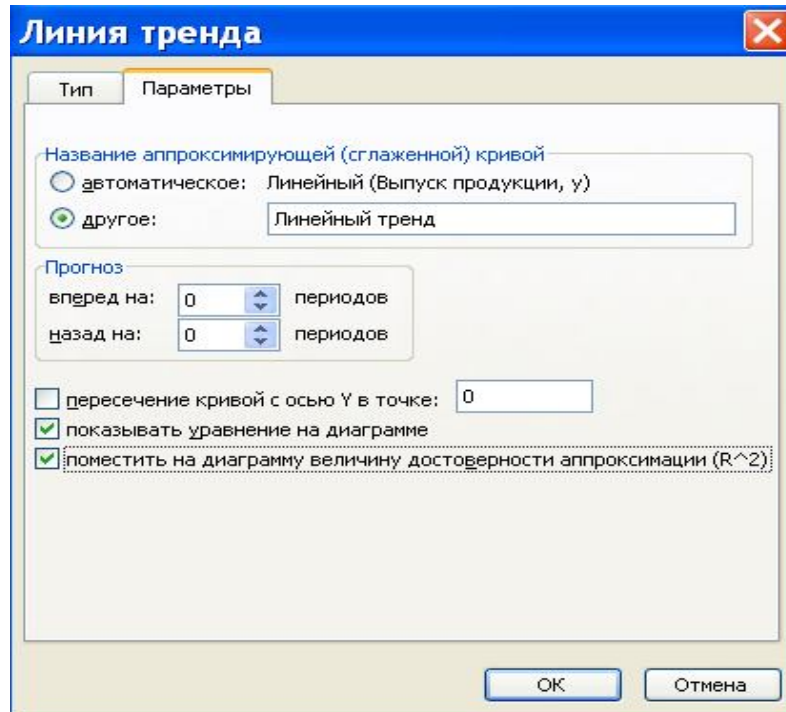


Рис. 4.6. Диалоговое окно параметров линии тренда

На рис.5.6.– 9.6. представлены различные виды трендов, описывающие исходные данные задачи.

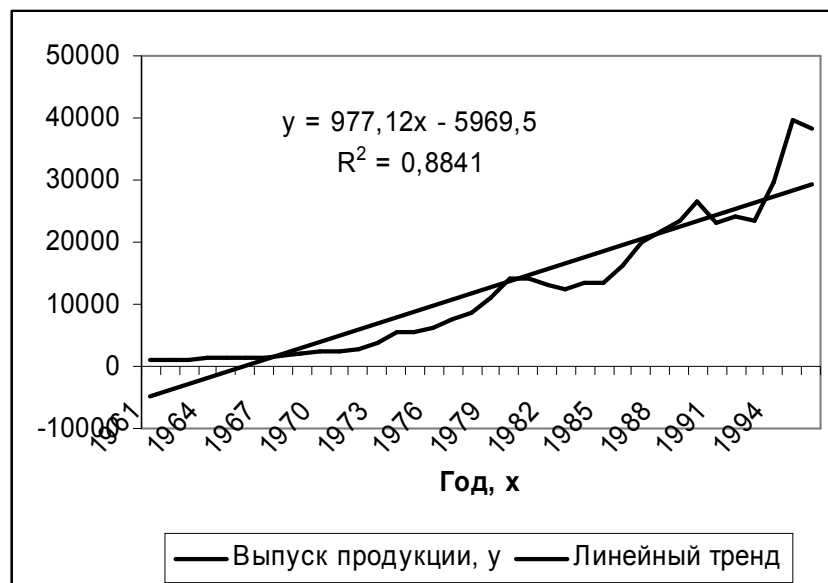


Рис. 5.6. Линейный тренд

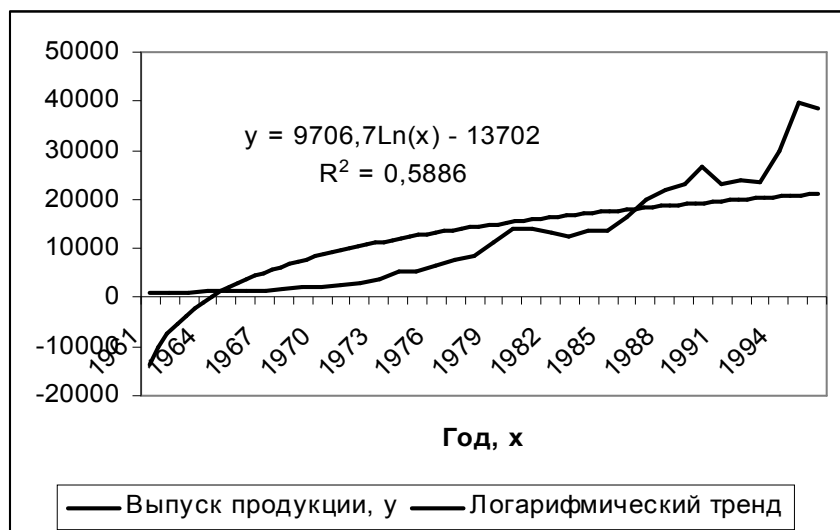


Рис.6.6. Логарифмический тренд

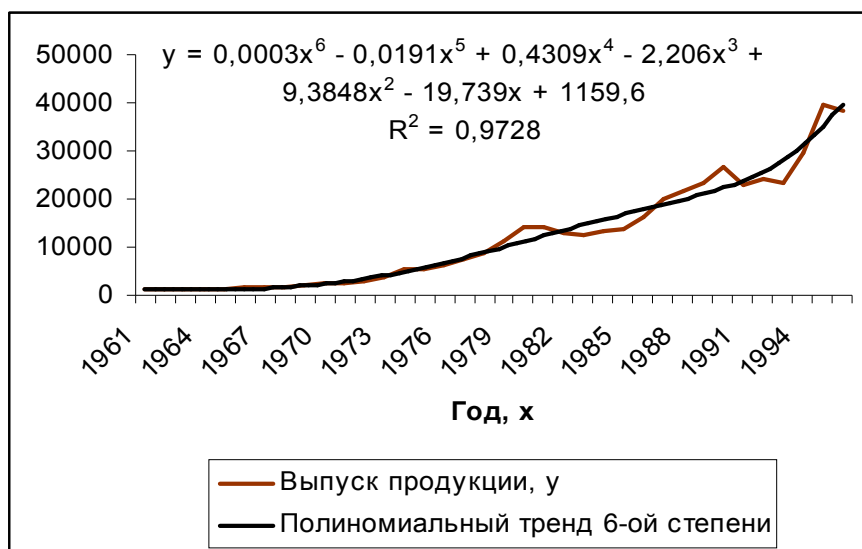


Рис.7.6. Полиномиальный тренд

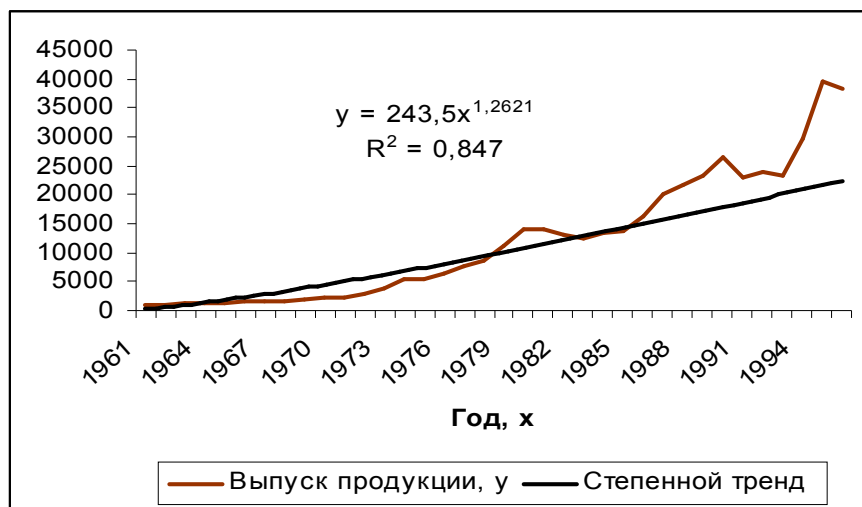


Рис.8.6. Степенной тренд

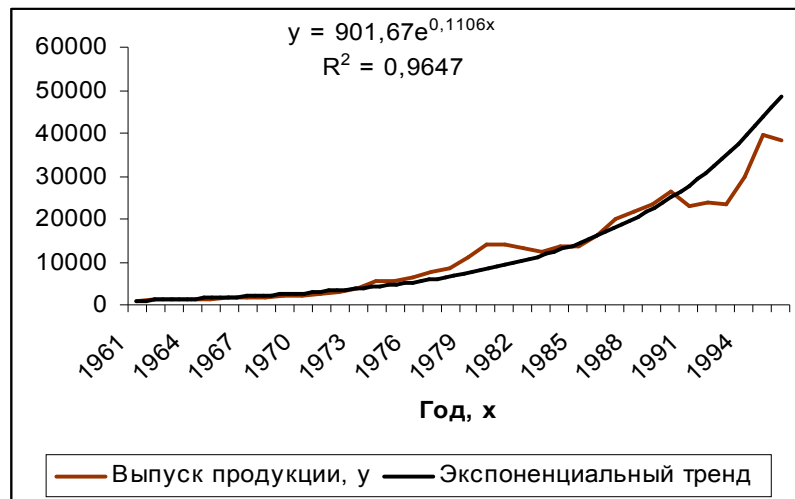


Рис.9.6. Экспоненциальный тренд

Сравним значения коэффициентов детерминации по разным уравнениям трендов:

Полиномиальный 6-й степени	0,9738;
Экспоненциальный	0,9647;
Линейный	0,8841;
Степенной	0,847;
Логарифмический	0,5886.

Исходные данные лучше всего описывает полином 6-й степени. Следовательно, в рассматриваемом примере для расчета прогнозных значений следует использовать полиномиальное уравнение.

Отчет по заданию

1. Построить и записать уравнения линейного, логарифмического, полиномиального, степенного и экспоненциального трендов для своего признака.
2. Выбрать наилучший вид трендов на основании значения коэффициента детерминации.

Варианты задания

1. Грузооборот автомобильного транспорта
2. Пассажирооборот по отдельным видам транспорта общего пользования (в общем)
3. Пассажирооборот по отдельным видам транспорта общего пользования (автобусный)
4. Пассажирооборот по отдельным видам транспорта общего пользования (троллейбусный)
5. Перевозки грузов по видам транспорта общего пользования (в общем)
6. Перевозки грузов по видам транспорта общего пользования (железнодорожный)

7. Перевозки грузов по видам транспорта общего пользования (автомобильный)
8. Перевозки грузов по видам транспорта общего пользования (внутренний водный)
9. Перевозки пассажиров по видам транспорта общего пользования (в общем)
10. Перевозки пассажиров по видам транспорта общего пользования (железнодорожный)
11. Перевозки пассажиров по видам транспорта общего пользования (автобусный)
12. Перевозки пассажиров по видам транспорта общего пользования (троллейбусный)
13. Перевозки пассажиров по видам транспорта общего пользования (внутренний водный)
14. Протяженность путей сообщения (железнодорожные пути общего пользования)
15. Протяженность путей сообщения (автомобильные дороги всего)
16. Протяженность путей сообщения (автомобильные дороги общего пользования)
17. Протяженность путей сообщения (автомобильные дороги федерального значения)
18. Протяженность путей сообщения (автомобильные дороги регионального значения)
19. Протяженность путей сообщения (автомобильные дороги с твердым покрытием всего)
20. Протяженность путей сообщения (автомобильные дороги с твердым покрытием общего пользования)
21. Протяженность путей сообщения (автомобильные дороги с твердым покрытием федерального значения)
22. Протяженность путей сообщения (автомобильные дороги с твердым покрытием регионального значения)
23. Протяженность путей сообщения (автомобильные дороги с твердым покрытием троллейбусные линии)
24. Численность экономически активного населения, занятых и безработных (всего)
25. Численность экономически активного населения, занятых и безработных (занятых в экономике)
26. Численность экономически активного населения, занятых и безработных (безработные)
27. Объем и динамика валового регионального продукта
28. Травматизм на производстве
29. Браки
30. Разводы

31. Инвестиции в основной капитал
32. Индекс тарифов на грузовые перевозки
33. Индекс цен производителей сельскохозяйственной продукции
34. Индекс цен производителей промышленных товаров
35. Индекс потребительских цен
36. Внешнеторговый оборот (всего)
37. Внешнеторговый оборот (экспорт)
38. Внешнеторговый оборот (импорт)
39. Валовый сбор продуктов растениеводства (картофель)
40. Валовый сбор продуктов растениеводства (свекла)

Источник данных: Территориальный орган федеральной службы государственной статистики по Чувашской Республике

Приложение 1

Вариант 01

Используйте признаки: собственный капитал, млн руб.; средства частных лиц, млн руб.

Источник данных: **таблица 1**.

Вариант 02

Используйте признаки: собственный капитал, млн руб., средства предприятий и организаций млн руб.

Источник данных: **таблица 1**.

Вариант 03

Используйте признаки: собственный капитал, млн руб., кредиты частным лицам, млн руб.

Источник данных: **таблица 1**.

Вариант 04

Используйте признаки: собственный капитал, млн руб.; кредиты предприятиям и организациям, млн руб.

Источник данных: **таблица 1**.

Вариант 05

Используйте признаки: собственный капитал, млн руб., акции, млн руб.

Источник данных: **таблица 1**.

Вариант 06

Используйте признаки: собственный капитал, млн руб., облигации, млн руб.

Источник данных: **таблица 1**.

Вариант 07

Используйте признаки: собственный капитал, млн руб., векселя, млн руб.

Источник данных: **таблица 1**.

Вариант 08

Используйте признаки: кредиты, предоставленные предприятиям, организациям, банкам и физическим лицам, млн руб.; среднегодовая численность занятых в экономике тыс. человек.

Источник данных: **таблица 5**.

Вариант 09

Используйте признаки: кредиты, предоставленные предприятиям, организациям, банкам и физическим лицам, млн руб.; среднедушевые денежные доходы, в месяц руб.

Источник данных: **таблица 5**.

Вариант 10

Используйте признаки: кредиты, предоставленные предприятиям, организациям, банкам и физическим лицам, млн руб.; среднемесячная номинальная начисленная заработная работающих в экономике, руб.

Источник данных: **таблица 5**.

Вариант 11

Используйте признаки: кредиты, предоставленные предприятиям, организациям, банкам и физическим лицам, млн руб.; основные фонды в экономике (по полной балансовой (учетной) стоимости; на конец года.

Источник данных: **таблица 5**.

Вариант 12

Используйте признаки: кредиты, предоставленные предприятиям, организациям, банкам и физическим лицам, млн руб.; число малых предприятий, тыс.

Источник данных: **таблица 5**.

Вариант 13

Используйте признаки: кредиты предприятиям и организациям, млн руб., средства частных лиц, %.

Источник данных: **таблица 2**.

Вариант 14

Используйте признаки: кредиты предприятиям и организациям, млн руб., средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 2**.

Вариант 15

Используйте признаки: кредиты предприятиям и организациям, млн руб. и привлеченные межбанковские кредиты (МБК), %.

Источник данных: **таблица 2**.

Вариант 16

Используйте признаки: кредиты, предоставленные предприятиям, организациям, банкам и физическим лицам, млн руб.; объем промышленной продукции, млн руб.

Источник данных: **таблица 6**.

Вариант 17

Используйте признаки: кредиты, предоставленные предприятиям, организациям, банкам и физическим лицам, млн руб.; ввод в действие общей площади жилых домов, тыс. м.

Источник данных: **таблица 6**.

Вариант 18

Используйте признаки: кредиты, предоставленные предприятиям, организациям, банкам и физическим лицам, млн руб.; оборот розничной торговли, млн руб.

Источник данных: **таблица 6**.

Вариант 19

Используйте признаки: кредиты, предоставленные предприятиям, организациям, банкам и физическим лицам, млн руб.; инвестиции в основной капитал, млн руб.

Источник данных: **таблица 4**.

Вариант 20

По территориям Северо-Западного федерального округа РФ приводятся данные за 2004 г. Оцените зависимость среднедушевых денежных расходов за месяц, тыс. руб., (y_1) от среднемесячной начисленной заработной платы работающих в экономике, тыс. руб., x_1

$$y_1 = f(x_1)$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 21

По территориям Северо-Западного федерального округа РФ приводятся данные за 2004 г. Выявить и оценить зависимость сальдированного финансового результата (прибыли) за год, млрд руб., (y_2) от инвестиций в основной капитал в 2004 г., млрд руб., x_2

$$y_2 = f(x_2)$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 22

По территориям Северо-Западного федерального округа РФ приводятся данные за 2004 г. Предлагается выявить и оценить зависимость между сальдированным финансовым результатом (прибылью) за год, млрд руб., y_2 и инвестициями в основной капитал в предыдущем 2003 г., млрд руб., x_3 .

$$y_2 = f(x_3)$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 23

По территориям Северо-Западного федерального округа РФ приводятся данные за 2004 г. Предлагается выявить и оценить зависимость между стоимостью валового регионального продукта (вновь созданная стоимость) за год, млрд руб., y_4 и инвестициями в основной капитал в 2004 г., млрд руб., x_2

$$y_4 = f(x_2)$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 24

По территориям Северо-Западного федерального округа РФ приводятся данные за 2003 г. Предлагается выявить и оценить зависимость расходов консолидированных бюджетов субъектов РФ, млрд руб., y_5 от доходов консолидированных бюджетов субъектов РФ, млрд руб., x_5

$$y_5 = f(x_5)$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 25

По территориям Северо-Западного федерального округа РФ приводятся данные за 2003 г. Предлагается выявить и оценить зависимость доходов консолидированных бюджетов субъектов РФ, млрд руб., y_6 от стоимости валового регионального продукта (вновь созданной стоимости) за 2003 г., млрд руб., x_6

$$y_6 = f(x_6)$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 26

По территориям Северо-Западного федерального округа РФ приводятся данные за 2003 г. Предлагается выявить и оценить зависимость оборота розничной торговли за год, млрд руб., y_7 от среднегодовой численности экономически активного населения, млн чел., x_7

$$y_7 = f(x_7)$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 27

По территориям Приволжского федерального округа РФ приводятся данные за 2004 г.

Выявить и оценить зависимость между среднедушевыми денежными расходами за месяц, тыс. руб., y_8 и среднемесячной начисленной заработной платой работающих в экономике, тыс. руб., x_8

$$y_8 = f(x_8)$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 28

По территориям Приволжского федерального округа РФ приводятся данные за 2004 г.

Выявить и оценить зависимость сальдированного финансового результата (прибыли) за 2004 г., млн руб., y_9 от инвестиций в основной капитал в 2004 г., млрд руб., x_9 .

$$y_9 = f(x_9)$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 29

По территориям Приволжского федерального округа РФ приводятся данные за 2003 г.

Выявить и оценить зависимость между расходом средств пенсионного фонда за 2003 г. по субъектам РФ, млрд руб., (y_{10}) и поступлением средств в пенсионный фонд по субъектам РФ, млрд руб., x_{10}

$$y_{10} = f(x_{10})$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 30

По территориям Приволжского федерального округа РФ приводятся данные за 2003 г.

Выявить и оценить зависимость поступлений в пенсионный фонд за 2003 г., млрд руб., (x_{10}) от валового регионального продукта (вновь созданной стоимости) за 2003 г., млрд руб. (y_{11})

$$x_{10} = f(y_{11})$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 31

По территориям Южного федерального округа РФ приводятся данные за 2003 – 2004 гг.

Выявить и оценить зависимость сальдированного финансового результата (прибыли) за 2004 г., млн руб., y_{12} от инвестиций в основной капитал в предыдущем, 2003 г., млрд руб., x_{12}

$$y_{12} = f(x_{12}).$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 32

По территориям Южного федерального округа РФ приводятся данные за 2003 – 2004 гг.

Выявить и оценить зависимость стоимости валового регионального продукта (вновь созданная стоимость) за 2003 г., млрд руб., y_{13} от инвестиций в основной капитал в текущем 2003 г., млрд руб., x_{12}

$$y_{13} = f(x_{12})$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 33

По территориям Южного федерального округа РФ приводятся данные за 2003 – 2004 гг.

Выявить и оценить зависимость стоимости валового регионального продукта (вновь созданная стоимость) за 2003 г., млрд руб., y_{13} от инвестиций в основной капитал в предыдущем, 2002 г., млрд руб., x_{14}

$$y_{13} = f(x_{14}).$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 34

По территориям Южного федерального округа РФ приводятся данные за 2003 – 2004 гг.

Выявить и оценить зависимость доходов консолидированных бюджетов субъектов РФ, млрд руб., y_{15} от стоимости валового регионального продукта (вновь созданной стоимости) за 2003 г., млрд руб., y_{13}

$$y_{15} = f(y_{13}).$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 35

По территориям Южного федерального округа РФ приводятся данные за 2003 – 2004 гг.

Выявить и оценить зависимость оборота розничной торговли за 2003 г., млрд руб., y_{16} от среднегодовой численности экономически активного населения за 2003 г., млн чел., x_{16}

$$y_{16} = f(x_{16}).$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 36

Приводятся данные по территориям Сибирского федерального округа РФ.

Выявить и оценить зависимость поступлений за год средств в пенсионный фонд по субъектам РФ, млрд руб., y_{17} от стоимости валового регионального продукта (вновь созданная стоимость) за 2003 г., млрд руб., x_{17}

$$y_{17} = f(x_{17}).$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 37

Приводятся данные по территориям Сибирского федерального округа РФ.

Выявить и оценить зависимость доходов консолидированных бюджетов субъектов РФ, млрд руб., y_{18} от стоимости валового регионального продукта (вновь созданная стоимость) за 2003 г., млрд руб., x_{17}

$$y_{18} = f(x_{17}).$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 38

Приводятся данные по территориям Сибирского федерального округа РФ.

Выявить и оценить зависимость стоимости валового регионального продукта (вновь созданной стоимости) за 2003 г., млрд руб., y_{19} от инвестиций в основной капитал в предыдущем, 2002 г., млрд руб., x_{19}

$$y_{19} = f(x_{19}).$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 39

Приводятся данные по территориям Сибирского федерального округа РФ.

Выявить и оценить зависимость стоимости валового регионального продукта (вновь созданной стоимости) за 2003 г., млрд руб., y_{19} от инвестиций в основной капитал в текущем 2003 г., млрд руб., x_{20}

$$y_{19} = f(x_{20}).$$

Источник данных: **таблица 3.**

Вариант 40

Приводятся данные по территориям Сибирского федерального округа РФ.

Выявить и оценить зависимость сальдированного финансового результата (прибыли) за 2004 г., млн руб., y_{21} , от инвестиций в основной капитал в предыдущем, 2002 г., млрд руб., x_{19}

$$y_{21} = f(x_{19}).$$

Источник данных: **таблица 3.**

Таблица 1

Банки России на 1.03. 2005 г.

Банк	Собственный капитал, млн руб.	Средства частных лиц, млн руб.	Кредиты частным лицам, млн руб.	Средства предприятий и организаций, млн руб.	Кредиты предприятиям и организациям, млн руб.	Акции, млн руб.	Облигации, млн руб.	Векселя, млн руб.
Сбербанк	209933	1235105	308437	389016	1073255	13571	359499	2
Внешторгбанк	72057	58557	5205	111103	189842	23152	50012	24859
Газпромбанк	30853	33574	5084	141437	207118	18660	35676	6107
Альфа-банк	25581	30001	1361	58489	138518	4505	8471	3153
Банк Москвы	18579	49300	5768	44636	90757	3026	24838	873
Росбанк	12879	31989	4466	93007	62388	4474	5667	4538
Ханты-Мансийский банк	3345	6310	1392	11655	4142	406	15601	6231
МДМ-банк	13887	9903	7266	28779	51731	2656	13186	3987
ММБ	8380	10871	4119	66525	48400	721	14213	59
Райффайзенбанк	7572	21602	10828	42129	46393	284	5273	0
Промстройбанк	9528	22829	2719	27362	45580	2781	18727	2480
Ситибанк	8953	10401	3576	38895	33339	13	23442	0
Уралсиб	13979	18665	8170	15953	43073	6705	4026	784
Межпромбанк	28770	1072	511	5457	60154	63	2577	1185
Промсвязьбанк	5222	6404	822	26302	32761	68	5250	6009

Источник данных: www.fnansmaq.ru

Таблица 2

Показатели российских банков на 1 марта 2005 г.

Банк	Работающие активы, млн руб.	Собственный капитал, %	Привлеченные межбанковские кредиты (МБК), %	Средства частных лиц, %	Средства предприятий и организаций, %	Выпущенные ценные бумаги, %	Кредиты частным лицам, млн руб.	Кредиты предприятиям и организациям, млн руб.	Акции, млн руб.	Облигации, млн руб.
Сбербанк	1917403	10	3	60	19	3	308437	1073255	13571	359499
Внешторгбанк	426484	16	28	13	25	12	5205	189842	23152	50012
Газпромбанк	362532	8	17	9	38	22	5084	207118	18660	35676
Ханты-Мансийский банк	127440	3	0	5	9	0	1392	4142	406	15601
Русский стандарт	46086	19	52	7	1	14	38799	3599	0	377
Транскредитбанк	41332	9	7	8	46	27	993	18506	827	7350
Ак Барс	40521	23	4	19	38	4	2811	23841	1586	4353
Глобэкс	40057	26	7	16	20	15	46	29420	330	872
Коммерцбанк	26724	14	65	0	21	1	4	18158	0	1809
ХКФБ	26388	11	45	6	26	6	22267	28	0	67
Дойче банк	26015	13	56	7	24	0	0	2014	1	8546
АБН Амро банк	25691	11	2	17	66	1	31	11044	1	2828
ПЧРБ	25206	15	1	4	62	16	23	5415	1134	361
МБРР	24639	12	8	8	52	15	311	14216	6	1105
НРБ	24027	30	23	4	16	7	610	10408	5254	3156

Источник данных: www.finfnsmag.ru.

Таблица 3

Информация к вариантам 20, 21, 22, 23.

Территории федерального округа	Среднедушевые денежные расходы за месяц, тыс. руб., y_1	Среднемесячная начисленная заработная плата работающих в экономике, тыс. руб., x_1	Сальдированный финансовый результат (прибыль) за год, млрд руб., y_2	Инвестиции в основной капитал в 2004 г., млрд. руб., x_2	Инвестиции в основной капитал в предыдущем 2003 г., млрд руб., x_3	Валовой региональный продукт (вновь созданная стоимость) за год, млрд руб., y_4
Республика Карелия	4,99	7,00	2,21	12,60	9,63	48,1
Республика Коми	7,84	9,58	17,45	30,20	25,92	113,5
Архангельская обл.	5,26	7,85	8,60	30,50	31,60	107,6
Вологодская обл.	4,91	6,94	61,05	41,45	17,71	114,2
Калининградская обл.	4,69	6,21	5,76	18,11	14,87	51,3
Ленинградская обл.	3,72	6,78	33,38	67,02	44,03	132,4
Мурманская обл.	7,10	10,40	16,22	13,53	13,70	81,6
Новгородская обл.	4,09	5,56	3,88	7,95	9,13	39,1
Псковская обл.	4,01	4,67	0,75	5,75	3,86	30,3

Таблица 3

Информация к вариантам 24, 25, 26.

Территории федерального округа	Расходы консолидированных бюджетов субъектов РФ, млрд руб., y_5	Доходы консолидированных бюджетов субъектов РФ, млрд руб., x_5 (y_6)	Валовой региональный продукт (вновь созданная стоимость) млрд руб., x_6	Оборот розничной торговли за год, млрд руб., y_7	Среднегодовая численность экономически активного населения, млн чел., x_7
Республика Карелия	9,86	8,49	48,1	19,9	0,399
Республика Коми	17,28	16,34	113,5	44,5	0,607
Архангельская обл.	18,78	18,28	107,6	35,7	0,763
Вологодская обл.	16,75	16,85	114,2	26,8	0,655
Калининградская обл.	9,71	9,32	51,3	22,7	0,502
Ленинградская обл.	18,97	18,1	132,4	30,6	0,873
Мурманская обл.	13,68	12,42	81,6	161,9	2,483
Новгородская обл.	6,36	5,95	39,1	34,2	0,572
Псковская обл.	7,51	7,05	30,3	15,6	0,371

Таблица 3

Информация к вариантам 27, 28, 29, 30.

Территории федерального округа	Среднедушевые денежные расходы за месяц в 2004 г., тыс. руб., y_8	Среднемесячная начисленная заработная плата работающих в экономике в 2004 г., тыс. руб., x_8	Сальдированный финансовый результат (прибыль) за 2004 г., млн руб., y_9	Инвестиции в основной капитал в 2004 г., млрд руб., x_9	Расходование средств пенсионного фонда за 2003 г. по субъектам РФ, млрд руб., y_{10}	Поступление средств в пенсионный фонд по субъектам РФ за 2003 г., млрд руб., x_{10}	Валовой региональный продукт (вновь созданная стоимость) за 2003 г., млрд руб., y_{11}
Республика Башкортостан	4,62	5,5	43,4	62,4	19,7	17,3	279,7
Республика Марий Эл	2,48	3,9	0,6	5,8	3,5	2,6	24,6
Республика Мордовия	2,65	4,09	1,6	10,4	4,9	3,6	36,9
Республика Татарстан	4,78	5,55	70,0	86,6	18,9	17,8	319,1
Республика Удмуртия	3,4	5,16	6,4	15,4	7,9	7,3	97,7
Чувашская республика	3,12	4,06	3,0	14,2	6,4	5,1	50,2
Кировская обл.	3,69	4,55	3,2	9,5	8,7	6,6	62,4
Нижегородская обл.	4,71	5,17	24,2	48,5	21,8	17,5	222,4
Оренбургская обл.	3,34	4,87	19,8	27,7	11,1	8,8	125,2
Пензенская обл.	3,54	4,22	1,8	10,7	8,5	5,7	49,2
Пермская обл.	5,82	6,42	43,5	48,2	15,3	14,1	232,1
Самарская обл.	7,01	6,31	2,8	55,0	18,2	17,0	274,9
Саратовская обл.	3,51	4,49	8,3	23,8	13,9	10,3	131,3
Ульяновская обл.	3,43	4,47	1,4	11,3	7,6	5,7	58,3

Таблица 3

Информация к вариантам 31,32,33,34,35.

Территории федерального округа	Сальдированный финансовый результат (прибыль) за 2004 г., млн руб., y_{12}	Инвестиции в основной капитал в предыдущем, 2003 г., млрд руб., x_{12}	Валовой региональный продукт (вновь созданная стоимость) за 2003 г., млрд руб., y_{13}	Инвестиции в основной капитал в 2002 г., млрд руб., x_{14}	Доходы консолидированных бюджетов субъектов РФ за 2003 г., млрд руб., y_{15}	Оборот розничной торговли за 2003 г., млрд руб., y_{16}	Среднегодовая численность экономически активного населения за 2003 г., млн чел., x_{16}
Республика Адыгея	43	2,26	10,2	1,77	3,98	6,7	0,189
Республика Дагестан	1073	10,72	54,9	5,50	16,88	33,6	0,861
Республика Ингушетия	-87	0,73	4,8	0,60	4,10	2,1	0,143
Кабардино-Балкарская республика	-113	5,75	27,0	3,60	5,48	15,2	0,332
Республика Калмыкия.	-205	2,17	9,5	4,56	4,05	2,4	0,142
Карачаево-Черкесская республика	-937	2,25	11,9	4,56	3,37	6,9	0,185
Республика Северная Осетия – Алания	-1284	3,23	20,9	2,60	6,32	10,5	0,330
Краснодарский край	25266	70,43	275,8	67,16	43,51	130,5	2,252
Ставропольский край	11264	22,93	110,1	17,24	19,28	60,5	1,226
Астраханская обл.	3572	17,07	54,3	12,79	8,17	21,7	0,521
Волгоградская обл.	11756	22,02	137,5	18,73	19,49	61,8	1,267
Ростовская обл.	5283	36,23	183,4	25,12	30,56	122,6	2,043

Таблица 3

Информация к вариантам 36, 37, 38, 39, 40.

Территории федерального округа	Поступление за год средств в пенсионный фонд по субъектам РФ, млрд руб., y_{17}	Валовой региональный продукт (вновь созданная стоимость) за 2003 г., млрд руб., x_{17} (y_{19})	Доходы консолидирован ных бюджетов субъектов РФ, млрд руб., y_{18}	Инвестиции в основной капитал в предыдуще м, 2002 г., млрд руб., x_{19}	Инвестиции в основной капитал в текущем 2003 г., млрд руб., x_{20}	Сальдирова нный финансовы й результат (прибыль) за 2004 г., млн руб., y_{21}
Республика Алтай	0,86	7,8	4,45	1,12	1,41	0,13
Республика Бурятия	4,25	46,8	12,61	5,98	9,15	0,89
Республика Тыва	1,15	8,3	5,24	0,62	0,75	-0,27
Республика Хакасия	2,50	29,2	5,45	2,3	3,59	1,77
Алтайский край	9,65	90,2	20,46	9,81	13,78	2,38
Красноярский край	17,57	282,5	48,93	32,51	33,98	102,43
Иркутская обл.	13,92	177	28,90	17,82	20,88	10,43
Кемеровская обл.	14,56	171,4	30,36	21,71	30,94	46,74
Новосибирская обл.	12,68	168	26,33	14,84	22,91	8,68
Омская обл.	8,22	125,7	20,06	11,99	17,71	69,35
Томская обл.	5,34	103,7	13,60	17,05	22,01	14,12
Читинская обл.	5,28	55,6	17,19	5,67	11,08	1,32

Таблица 4

Социально-экономические показатели Субъектов РФ на начало 2001 г.

Регион	Кредиты, предоставленные предприятиям, организациям, банкам и физическим лицам, млн руб.	Инвестиции в основной капитал, млн руб.
Белгородская область	342,5	9200
Брянская область	275,4	3020
Владимирская область	112,1	5202
Воронежская область	274,5	7647
Ивановская область	141,5	2114
Калужская область	129	4201
Костромская область	50,7	3339
Курская область	401,3	4634
Липецкая область	125,3	6010
Чувашская Республика	137,9	4853

Таблица 5

Социально-экономические показатели субъектов РФ на начало 2001 г.

Регион	Кредиты, предоставленные предприятиям, организациям, банкам и физическим лицам, млн руб.	Среднегодовая численность занятых в экономике, тыс. чел.	Среднедушевые денежные доходы в месяц, руб.	Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работающих в экономике, руб.	Основные фонды в экономике (по полной балансовой (учетной) стоимости; на конец года), млн руб.	Удельный вес убыточных предприятий, %	Число малых предприятий, тыс.
Белгородская область	342,5	671,3	1382,4	1717	145787	39,1	4,6
Брянская область	275,4	593,7	1150	1213,1	113415	52,6	3,8
Владимирская область	112,1	726,4	1127,2	1573,4	129272	41,1	6,9
Воронежская область	274,5	1090,9	1239	1376	211898	39,4	11
Ивановская область	141,5	491,2	912,3	1184,3	84550	45,7	5,1
Калужская область	129	488,7	1212,1	1664,3	105783	36,9	5,9
Костромская область	50,7	337,6	1240,8	1508,3	83716	55	3,2
Курская область	401,3	616,6	1258,7	1453,6	124453	49,3	2,8
Липецкая область	125,3	572,8	1692,9	1880,8	129114	33,8	4,3
Московская область	5814,2	2441,9	1908,3	2269,3	659675	28,6	46
Орловская область	58	420	1324,9	1535	64366	35,6	2,5
Рязанская область	456,5	539,5	1200,4	1482,4	110379	41,5	6,4
Смоленская область	192,2	473,9	1626,3	1656,4	125247	49,6	2,6
Тамбовская область	82,3	532,8	1432,7	1234,5	111642	53,9	3,6
Тверская область	319,1	669,6	1197,7	1574,5	175833	49,8	5,7

Таблица 6

Кредитные вложения банков и показатели результатов экономической деятельности отдельных отраслей экономики на начало 2001 г.

Регион	Кредиты, предоставленные предприятиям, организациям, банкам и физическим лицам, млн руб.	Объем промышленной продукции, млн руб.	Продукция сельского хозяйства (всего), млн руб.	Ввод в действие общей площади жилых домов, тыс. м общей площади	Оборот розничной торговли, млн руб.
Белгородская область	342,5	41426	16759	704	15706
Брянская область	275,4	14509	10256	225	10639
Владимирская область	112,1	36010	7892	281	11660
Воронежская область	274,5	33131	19134	569	23403
Ивановская область	141,5	14374	4421	106	7555
Калужская область	129	22148	6478	178	9208
Костромская область	50,7	13305	5437	154	6921
Курская область	401,3	26109	13753	176	12217
Липецкая область	125,3	61245	10625	321	15533
Московская область	5814,2	137537	25326	2611	99277
Орловская область	58	13805	9567	245	9341
Рязанская область	456,5	22781	10432	255	11193

Приложение 2

Вариант 01

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, привлеченные межбанковские кредиты, %.

Источник данных: **таблица 8.**

Вариант 02

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, средства частных лиц, %.

Источник данных: **таблица 8.**

Вариант 03

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 8.**

Вариант 04

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., привлеченные межбанковские кредиты, %, средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 8.**

Вариант 05

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 8.**

Вариант 06

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., привлеченные межбанковские кредиты, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 8.**

Вариант 07

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., средства частных лиц, %, средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 8.**

Вариант 08

Используйте признаки: работающие активы, млн. руб., средства частных лиц, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 8.**

Вариант 09

Используйте признаки: кредиты предприятиям и организациям, млн руб., собственный капитал, %, средства частных лиц, %.

Источник данных: **таблица 8.**

Вариант 10

Используйте признаки: кредиты предприятиям и организациям, млн руб., средства предприятий и организаций, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 8.**

Вариант 11

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, привлеченные межбанковские кредиты, %.

Источник данных: **таблица 7.**

Вариант 12

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, средства частных лиц, %.

Источник данных: **таблица 7.**

Вариант 13

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 7.**

Вариант 14

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., привлеченные межбанковские кредиты, %, средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 7.**

Вариант 15

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 7.**

Вариант 16

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., привлеченные межбанковские кредиты, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 7.**

Вариант 17

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., средства частных лиц, %, средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 7.**

Вариант 18

Используйте признаки: работающие активы, млн. руб., средства частных лиц, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 7.**

Вариант 19

Используйте признаки: кредиты предприятиям и организациям, млн руб., собственный капитал, %, средства частных лиц, %.

Источник данных: **таблица 7.**

Вариант 20

Используйте признаки: кредиты предприятиям и организациям, млн руб., средства предприятий и организаций, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 7.**

Вариант 21

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, привлеченные межбанковские кредиты, %.

Источник данных: **таблица 9.**

Вариант 22

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, средства частных лиц, %.

Источник данных: **таблица 9.**

Вариант 23

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 9.**

Вариант 24

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., привлеченные межбанковские кредиты, %, средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 9.**

Вариант 25

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 9.**

Вариант 26

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., привлеченные межбанковские кредиты, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 9.**

Вариант 27

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., средства частных лиц, %, средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 9.**

Вариант 28

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., средства частных лиц, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 9.**

Вариант 29

Используйте признаки: кредиты предприятиям и организациям, млн руб., собственный капитал, %, средства частных лиц, %.

Источник данных: **таблица 9.**

Вариант 30

Используйте признаки: кредиты предприятиям и организациям, млн руб., средства предприятий и организаций, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 9.**

Вариант 31

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, привлеченные межбанковские кредиты, %.

Источник данных: **таблица 10.**

Вариант 32

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, средства частных лиц, %.

Источник данных: **таблица 10.**

Вариант 33

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 10.**

Вариант 34

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., привлеченные межбанковские кредиты, %, средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 10.**

Вариант 35

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., собственный капитал, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 10.**

Вариант 36

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., привлеченные межбанковские кредиты, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 10.**

Вариант 37

Используйте признаки: работающие активы, млн руб., средства частных лиц, %, средства предприятий и организаций, %.

Источник данных: **таблица 10.**

Вариант 38

Используйте признаки: работающие активы, млн. руб., средства частных лиц, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 10.**

Вариант 39

Используйте признаки: кредиты предприятиям и организациям, млн руб., собственный капитал, %, средства частных лиц, %.

Источник данных: **таблица 10.**

Вариант 40

Используйте признаки: кредиты предприятиям и организациям, млн руб., средства предприятий и организаций, %, выпущенные ценные бумаги, %.

Источник данных: **таблица 10.**

Таблица 7

Показатели российских банков на 1 марта 2005 г.

Банк	Работающие активы, млн руб.	Собственный капитал, %	Привлеченные межбанковские кредиты (МБК), %	Средства частных лиц, %	Средства предприятий и организаций, %	Выпущенные ценные бумаги, %	Кредиты частным лицам, млн руб.	Кредиты предприятиям и организациям, млн руб.	Акции, млн руб.	Облигации, млн руб.
Сбербанк	1917403	10	3	60	19	3	308437	1073255	13571	359499
Внешторгбанк	426484	16	28	13	25	12	5205	189842	23152	50012
Газпромбанк	362532	8	17	9	38	22	5084	207118	18660	35676
Альфа-банк	186700	13	14	15	30	3	1361	138518	4505	8471
Банк Москвы	157286	11	2	30	27	5	5768	90757	3026	24838
Росбанк	151849	8	4	19	55	10	4466	62388	4474	5667
Ханты-Мансийский банк	127440	3	0	5	9	0	1392	4142	406	15601
МДМ-банк	111285	12	23	9	25	5	7266	51731	2656	13186
ММБ	104372	8	15	10	62	2	4119	48400	721	14213
Райффайзенбанк	96809	8	27	22	42	0	10828	46393	284	5273
Промстройбанк	85365	10	13	24	29	11	2719	45580	2781	18727
Ситибанк	81296	11	27	12	46	0	3576	33339	13	23442
Уралсиб	76617	16	15	22	19	10	8170	43073	6705	4026
Межпромбанк	67649	36	3	1	7	37	511	60154	63	2577
Промсвязьбанк	54848	9	14	11	46	11	822	32761	68	5250

Таблица 8

Показатели российских банков на 1 марта 2005 г.

Банк	Работающие активы, млн руб.	Собственный капитал, %	Привлеченные межбанковские кредиты (МБК), %	Средства частных лиц, %	Средства предприятий и организаций, %	Выпущенные ценные бумаги, %	Кредиты частным лицам, млн руб.	Кредиты предприятиям и организациям, млн руб.	Акции, млн руб.	Облигации, млн руб.
Петрокоммерц	53701	15	5	26	37	11	1693	23053	3561	9417
Номос-банк	52473	11	24	6	17	24	476	28511	2126	9416
Зенит	50666	14	19	10	36	17	421	25412	2743	8264
Русский стандарт	46086	19	52	7	1	14	38799	3599	0	377
Транскредитбанк	41332	9	7	8	46	27	993	18506	827	7350
Ак Барс	40521	23	4	19	38	4	2811	23841	1586	4353
Глобэкс	40057	26	7	16	20	15	46	29420	330	872
Еврофинанс-Моснарбанк	38245	15	18	5	22	37	171	18114	400	7949
Никойл	36946	23	27	11	23	9	245	13117	9160	5231
Автобанк-Никойл	34762	19	1	34	23	4	1773	19135	5174	3238
Импэксбанк	34032	13	9	37	20	11	3993	15047	4098	2584
Союз	33062	13	10	8	34	31	3254	15507	3172	5187
БИН-банк	32948	12	4	20	35	11	764	24980	17	2172
Возрождение	30713	9	0	49	30	7	1218	20665	459	294
Гута-банк	30596	10	47	13	16	7	906	11556	531	1601

Источник данных: www. finfsmag.ru.

Таблица 9

Показатели российских банков на 1 марта 2005 г.

Банк	Работающие активы, млн руб.	Собственный капитал, %	Привлеченные межбанковские кредиты (МБК), %	Средства частных лиц, %	Средства предприятий и организаций, %	Выпущенные ценные бумаги, %	Кредиты частным лицам, млн руб.	Кредиты предприятиям и организациям, млн руб.	Акции, млн руб.	Облигации, млн руб.
Менатеп СПб	29970	11	1	16	64	4	1226	7593	157	2541
Коммерцбанк	26724	14	65	0	21	1	4	18158	0	1809
ХКФБ	26388	11	45	6	26	6	22267	28	0	67
Дойче банк	26015	13	56	7	24	0	0	2014	1	8546
АБН Амро банк	25691	11	2	17	66	1	31	11044	1	2828
ПЧРБ	25206	15	1	4	62	16	23	5415	1134	361
МБРР	24639	12	8	8	52	15	311	14216	6	1105
НРБ	24027	30	23	4	16	7	610	10408	5254	3156
Россельхозбанк	23863	21	10	14	23	29	1178	13953	102	1628
Сургутнефтегазбанк	22894	9	0	47	37	0	2600	3254	307	4239
Кредит Свисс	22570	16	21	0	63	0	1	8	1	3035
Собинбанк	20905	25	7	15	24	19	1680	15405	18	322
Траст	19513	25	32	3	26	11	209	2584	921	9397
Запсибкомбанк	19346	12	0	26	23	8	3989	8586	226	2009
Судостроительный банк	18991	16	20	2	24	16	179	6811	20	950

Источник данных: www. finfsmag.ru.

Таблица 10

Показатели российских банков на 1 марта 2005 г.

Банк	Работающие активы, млн руб.	Собственный капитал, %	Привлеченные межбанковские кредиты (МБК), %	Средства частных лиц, %	Средства предприятий и организаций, %	Выпущенные ценные бумаги, %	Кредиты частным лицам, млн руб.	Кредиты предприятиям и организациям, млн руб.	Акции, млн руб.	Облигации, млн руб.
Банк Санкт-Петербург	18389	10	3	28	38	10	240	11911	140	2862
ИНГ банк	18090	16	22	6	55	0	20	11672	1	1921
Балтийский банк	17674	12	1	50	25	5	759	11422	17	1057
МИнБ	16965	11	8	37	34	3	746	11788	15	1886
ВестЛБ Восток	16910	7	56	0	36	0	3	1169	1	4125
Авангард	16070	19	22	12	19	21	727	11839	718	227
Российский кредит	15474	30	5	0	6	48	11	1406	7343	762
Кредитагропромбанк	15332	9	2	14	46	21	3153	5334	40	622
Инвестсбербанк	15326	17	4	26	34	16	3085	6249	814	1192
Сосьете Женераль Восток	14957	9	26	16	49	0	1337	9128	5	0
Русь-банк	14555	17	0	3	54	20	843	9710	137	1136
Пробизнесбанк	13026	12	10	9	29	22	548	6913	794	680
Национальный стандарт	12545	13	3	0	65	18	28	2233	1	2975
ВБРР	12070	10	4	4	58	18	106	5881	292	2683
Татфондбанк	11949	22	8	20	27	18	544	9897	69	561

Источник данных: www. finfnsmag.ru.